

**ALGEBROS
IR ANALIZĖS
PRADMENU.
DIDAKTINĖ
MEDŽIAGA**

**XI-XII
KLASEI**

**ALGEBROS
IR ANALIZĖS
PRADMENU.
DIDAKTINĖ
MEDŽIAGA**

**XI-XII
KLASEI**

KNYGA MOKYTOJUI

**Scanned by
Cloud Dancing** 

KAUNAS „ŠVIESA" 1988

22.14z72
A1-103

Б. М. Ивлев, С. М. Саакян, Б. В. Сорокин,
С. И. Шварцбург
ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ
АНАЛИЗА ДЛЯ X КЛАССА
Пособие для учителя
Москва, «Просвещение», 1984

Originalą rekomendavo TSRS švietimo ministerijos vyriausioji
mokyklų valdyba

Vertė ONA VOKIETAITYTĖ

Išleista pagal Lietuvos TSR švietimo ministerijos užsakymą

A 4306020000—196 Užsak.—87
M853(10)—88

© Издательство «Просвещение», 1984 г.
© Vertimas į lietuvių kalbą, leidykla „Sviesa“, 1988

PRATARMĖ

Ši knyga panaši į atitinkamas knygas mokytojams V–X klasei. Čia pateikiami algebros ir analizės pradmenų savarankiški ir kontroliniai darbai. Knygos pabaigoje nurodomi mokymo priemonės skyreliai, kuriuos atitinka savarankiški ir kontroliniai darbai. Abiejų tipų rašomųjų darbų didaktiniai tikslai mokytojams yra aiškūs.

Atsižvelgdami į kurso kartojimo svarbą baigiamojoje XII klasėje, skyriaus „Savarankiški darbai“ pabaigoje autoriai pateikia („SK“) darbų rinkinį, kurių tikslas pakartoti visą išeitą algebros ir analizės pradmenų kursą. 16 paskutiniųjų savarankiškų darbų skiriama baigiamojo kartojimo pamokoms XII klasėje.

Be to, mokinių apklausai žodžiu ir pusiau žodžiu knygoje pateikiami „Tikrinamieji darbai“ ir mokymo priemonės „Skyrių kartojimo klausimai“. Jus galima mokiniams pasakyti iš anksto, prieš pradėdant kartoti tam tikrą temą; pagal juos kai kurie mokiniai gali būti klausinėjami ne vieną kartą. Tikrinamieji darbai trumpai aprėpia visą VII–XII klasės algebros ir analizės pradmenų kursą. „Skyrių kartojimo klausimai“ labiau siejasi su atitinkamais mokymo priemonės skyriais. Kad būtų patogiau šiuos klausimus naudoti per frontalią apklausą arba apibendrinamąsias pamokas pagal tam tikrą temą, teorijos klausimai ir pratimai yra suskirstyti grupėmis: teorijos klausimas ir keletas jį įtvirtinančių nesunkių pratimų. Sunkesni klausimai ir ne tokie svarbūs klausimai galutiniam mokinių žinių, mokėjimų ir įgūdžių vertinimui šiame skyrelyje pažymėti žvaigždute (kaip ir kita neprivaloma medžiaga).

Savarankiški darbai žymimi raide S su atitinkamu numeriu. Pavyzdžiui, S–3 – trečias savarankiškas darbas. Paprastai savarankiškiems darbams skiriama 10–20 min. Jie padeda išsiaiškinti, kaip išmokta medžiaga, ir turi didelę mokomąją reikšmę. Ne už visus šiuos darbus pažymiai rašomi žurnale. Kai kurie savarankiški darbai sudaryti remiantis 2–3 mokymo priemonės skyreliais. Tokius savarankiškus darbus mokytojas gali skirti per vieną arba dvi pamokas, atsižvelgdamas į savo pamokos planą.

Knygoje pateikiami 8 savarankiškų (S) darbų variantai. Pirmieji du variantai yra truputį lengvesni už 3–6 variantus, o paskutiniųjų dviejų (7 ir 8) – užduotys sunkesnės. Jos gali būti skiriamos mokiniams, kurie labiau domisi matematika. Septintą ir aštuntą variantą reikia duoti spręsti, atlikus pagrindines užduotis kartu su kitais klasės mokiniais, arba kaip papildomus neprivalomus namų darbus. Be to, jie gali būti sprendžiami matematikos būreliuose.

Kontroliniai darbai (atsakymuose) žymimi raide K ir atitinkamu numeriu. Visi keturi kontrolinių darbų variantai yra vienodo sunkumo. Šių darbų apim-

tis nemaža. Atsižvelgdamos į savo klasės galimybes, mokytojas gali sumažinti kai kurias kontrolinio darbo užduotis arba supaprastinti jas.

Papildomos kontrolinių darbų užduotys skiriamos mokiniams, kurie labiau domisi matematika. Mokiniai jas sprendžia atskiruose lapeliuose ir tik visiškai išsprendę atiduoda mokytojui. Nebaigę spręsti gali pasilikti baigti namuose arba matematikos būrelyje.

Knygoje pateikiami viso algebros ir analizės pradmenų kurso savarankiški darbai, neatsižvelgiant, ar jie privalomi visiems mokiniams ar ne. Kai atitinkama tema nagrinėjama mokymo priemonės skyrelyje, pažymėtame žvaigždute (vadinasi, yra neprivaloma visiems mokiniams), tada ir savarankiškas darbas žymimas žvaigždute; jis neatliekamas klasėje su visais mokiniams. Mokytojas turi atsižvelgti į tuos žymėjimus ir į visus nurodymus, nes įvairiais mokymosi metais dėl vienokių ar kitokių priežasčių privalomi darbai gali keistis (žvaigždutė gali būti nuimama arba, priešingai, kai kurie darbai, kurie anksčiau nebuvo pažymėti, vėliau gali būti žymimi žvaigždute).

Knygos pabaigoje pateikiami visų savarankiškų, kontrolinių ir tikrinamųjų darbų atsakymai.

Autoriai

SAVARANKIŠKI DARBAI (S)

1 variantas

S—48

1. Patikrinkite, ar funkcija $y = \cos 2x$ yra diferencialinės lygties $y'' = -4y$ sprendinys.

2. Parašykite harmoninio svyravimo $y = 3 \cos \frac{1}{3}x$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

S—49

1. 1 paveiksle nubraižytas funkcijos $f(x) = \sin x$ grafikas intervale $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Atsakykite į klausimus:

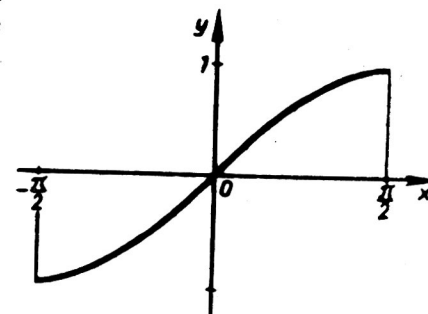
a) Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f'(x) = 0$, $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, aibės?

b) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

c) Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

d) Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

e) Ar funkcija f yra apgręžiama?



1 pav.

S—50

1. Raskite reikšmes:

a) $\arcsin \frac{1}{2}$; b) $\arctg(-\sqrt{3})$.

2. Apskaičiuokite $\arcsin(-1) + \arctg(-1)$.

S—51

Išspręskite lygtis:

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\cos 2x = 1$; c) $3 \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\sin x > \frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg} 2x < 1$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$; b) $\sqrt{3} \sin x = \cos x$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \alpha = 1$;

b) $2 \sin(15^\circ + \alpha) \cos(15^\circ - \alpha) = \sin 30^\circ + \sin 2\alpha$.

S—55

1. Įrodykite, kad funkcija F yra funkcijos f pirmyktė funkcija intervale $]-\infty; \infty[$, kai:

a) $F(x) = x^3 - 2x + 1$; $f(x) = 3x^2 - 2$;

b) $F(x) = 2 \sin 2x - 2$; $f(x) = 4 \cos 2x$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = x^2$ pirmyktę funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(-1; 2)$.

S—56

Raskite funkcijos $f(x)$ pirmyktę funkciją intervale $]0; \infty[$:

a) $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$; b) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + x^2$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_2^5 4dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;

b) $y = 2 \cos x$; $y = 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

S—59

Taškas juda tiesė taip, kad jo greitis momentu t yra lygus $v(t) = 10 - 0,2t \left(\frac{m}{s}\right)$. Raskite kelią, kurį nuėjo taškas per laiką nuo 3 iki 10 s.

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_0^1 (x+1)^5 dx$; b) $\int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx$.

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ grafiką.
2. Išspręskite lygtį $0,5^{x^2+2x} = 0,125$.
3. Išspręskite nelygybę $0,7^x < 2\frac{2}{49}$.

S—62

1. Apskaičiuokite: a) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{32}$; b) $\log_{81} \sqrt[3]{3}$.
2. Raskite funkcijos $y = \log_{\frac{1}{3}}(3x+4)$ apibrėžimo sritį.
3. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = 2 \lg x$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\lg^2 x - \lg x^2 = 3$.
2. Išspręskite nelygybę $\log_2(3x-1) < \log_2(2x+3)$.

S—64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:
 - a) $f(x) = e^{-5x}$; b) $f(x) = x \cdot 2^x$.
2. Parašykite funkcijos $f(x) = 2e^{-x}$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 1$.
3. Raskite funkcijos $f(x) = x \cdot e^{2x}$ mažėjimo ir didėjimo intervalus.

S—65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:
 - a) $f(x) = \ln(2x+1)$; b) $f(x) = \log_3(2x^2 - 3x + 1)$.
2. Parašykite funkcijos $f(x) = \log_2 x$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 2$.
3. Raskite funkcijos $y = x^2 \ln x$ maksimumus ir minimumus.

S—66

1. Raskite funkcijos $\frac{1}{2x-1}$ pirmąją funkciją intervale $]0,5; +\infty[$.
2. Apskaičiuokite $\int_2^8 \frac{dx}{x \ln 2}$.

S—67

1. Raskite funkcijos $f(x) = x^{\sqrt{3}} - x^{-\sqrt{3}}$ išvestinę.
2. Išspręskite lygtį $\sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 3$.

S—68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7, \\ 3x - 4y = 17. \end{cases}$$

2*. Išspręskite lygčių sistemą (b – parametras)

$$\begin{cases} x + 2by = 3, \\ 2x - 4y = 6. \end{cases}$$

S—69

Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y - z = -9, \\ -x + y + 3z = 17, \\ 2x - 3y + 3z = 32. \end{cases}$$

S—70

Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 3; \\ \log_2(x+y) = 3; \end{cases} \quad \text{b)* } \begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ x + y = \frac{\pi}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

S—71

Koordinačių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x + y \geq 3, \\ x + y \leq 5, \\ x \geq 0, \\ 2y \geq x; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} y \geq x^2 - 1, \\ x^2 + y^2 \leq 1, \\ y - x \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

S—72*

Raskite didžiausią funkcijos $s(x; y) = 3x + 5y$ reikšmę, kai

$$\begin{cases} x + y \leq 2, \\ x + y \geq 1, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ 2y - 2x \geq 1. \end{cases}$$

1. Apskaičiuokite $\frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} + \frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$.
2. Detalės, kurias darbininkas turėjo pagaminti pagal planą, sudaro 80 % pagamintų detalių skaičiaus. Kiek procentų darbininkas viršijo planą?
3. Apskaičiuokite proporcijos $x : (10,5 \cdot 0,24 - 15,15 : 7,5) = (1 \frac{11}{20} - 0,945 : 0,9) : (1 \frac{3}{40} - \frac{5}{8})$ nežinomąjį narį.

1. Traukinio greitis padidėjo nuo 70 iki 85 km/h. Kiek procentų sumažėjo laikas, per kurį traukinys nuvažiuos tą patį kelią?
2. Parašykite lygtį tiesės, lygiagrečios tiesei $y=2x-1$ ir einančios per tašką $M(5; 1)$.

1. Suprastinkite reiškini

$$\frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2}.$$

2. Išspręskite lygtį $\frac{x}{x-3} + \frac{4}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$.

1. Atlikite veiksmus:

$$a) \frac{45,9 \cdot 3,94}{13,41}; \quad b) \sqrt{41,3}; \quad c) 74,9^3.$$

2. Kambario ilgis 4,95 m, plotis 3,8 m, aukštis 2,65 m. Apskaičiuokite kambario tūrį.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytiksliais skaičiavimo taisyklėmis:

$$a) ab + c; \quad b) a + b - c; \quad \text{kai } a \approx 52,34; \quad b \approx 5,6; \quad c \approx 0,076.$$

2. Sudėkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos režį ir santykinės paklaidos režį: $x+y$, kai $x=2,54 \pm 0,01$; $y=7,8 \pm 0,15$.

1. Nurodykite funkcijos $y=2x^2-3x+1$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y \geq 0$, $y < 0$, aibę.
2. Kvadratinę trinamą $x^2-7x+10$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).
3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $-0,2$ ir -5 .

1. Aritmetinės progresijos pirmasis narys lygus 3,4, o skirtumas 0,9. Parašykite aritmetinės progresijos n -tojo nario formulę ir apskaičiuokite penkiolikos pirmųjų narių sumą.
2. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai pirmasis narys lygus 3,5 ir vardiklis lygus $-\frac{2}{3}$.
3. Raskite ribą:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5n}{3+4,5n}; \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+4}{2+3n} \cdot \frac{n-5}{6n-1} \right).$$

- 1*. Raskite ribą:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{x^2+x}; \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{2-x}.$$

2. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

$$a) f(x) = 3x^3 + 2x\sqrt{2} - 1; \quad b) f(x) = \frac{\ln x}{\sin x}.$$

3. Raskite funkcijos $g(x) = (x^2-1)^{102}$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

1. Raskite funkcijos $y=4x^4-2x^2+3$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Reikia pagaminti kūgio formos piltuvėlį, kurio sudaromoji $l=15$ cm. Koks turi būti piltuvėlio aukštis, kad jo tūris būtų didžiausias?

S—82

1. Parašykite funkcijos $f(x)$ pirmųjų funkcijų bendrąją išraišką:

a) $f(x) = x^2 + 3 \sin x$; b) $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{2}{x+1} + e^{2x}$.

2. Apskaičiuokite linijų $y=0$, $y=2x^2-1$, $x=1$, $x=3$ apribotos figūros plotą.

S—83

1. Išspręskite lygtis:

a) $2 \sin^2 x - \cos x = 1$; b) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\lg \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -1$; b) $\lg(x^2 + x + 8) < 1$.

S—84

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 2$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ x - 2y + 3z = 6, \\ 2x - y + 2z = 6. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ \log_2 x + \log_2 y = 1. \end{cases}$

S—85

Ištirkite funkciją $f(x) = x^3 - 3x + 5$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 2$.

S—86*

1. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = 3 \cos\left(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Parašykite diferencialinės lygties $y' = -\frac{1}{2}y$ sprendinių bendrąją išraišką.

S—48

1. Patikrinkite, ar funkcija $y = \cos \frac{1}{2}x$ yra diferencialinės lygties $y'' = -\frac{1}{2}y$ sprendinys.

2. Parašykite harmoninio svyravimo $y = \frac{1}{3} \cos 3x$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

S—49

1. 2 paveiksle nubraižytas funkcijos $f(x) = \cos x$ grafikas intervale $[0; \pi]$. Atsakykite į klausimus:

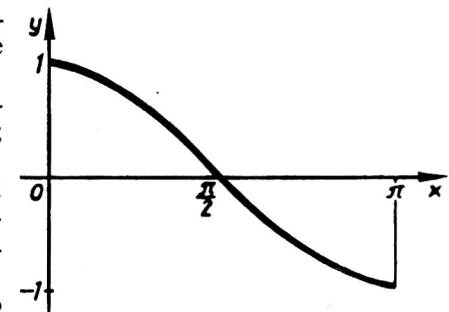
a) Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f(x) = 0$; $f(x) < 0$; $f(x) > 0$, aibės?

b) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

c) Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

d) Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

e) Ar funkcija f yra apgręžiama?



2 pav.

S—50

1. Raskite reikšmes:

a) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; b) $\arctg 1$.

2. Apskaičiuokite $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \arctg \sqrt{3}$.

S—51

Išspręskite lygtis:

a) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\sin 2x = 1$; c) $9 \lg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{3}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos x > \frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg} 3x < -1$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$; b) $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha = 1$; b) $2 \cos(30^\circ + \alpha) \cos(30^\circ - \alpha) = \cos 60^\circ + \cos 2\alpha$.

S—55

1. Įrodykite, kad funkcija F yra funkcijos f pirmykštė funkcija intervale $]-\infty; \infty[$, kai:

a) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 7$; $f(x) = 4x^3 - 6x$;

b) $F(x) = \cos(2x - 4) + 1$; $f(x) = -2 \sin(2x - 4)$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = x^3$ pirmykštę funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(1, -1)$.

S—56

Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ pirmykštes funkcijas intervale $]0; \infty[$:

a) $f(x) = 3 \sin x - 2 \cos x$; b) $g(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - x$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_1^3 2x dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = x^3$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;

b) $y = 2 \cos x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$.

S—59*

Taškas juda tiesė taip, kad jo greitis laiko momentu t yra lygus $v(t) = \frac{1}{(t+1)^2}$. Raskite taško koordinatę momentu t , kai pradinio laiko momentu $t=0$ jo koordinatė lygi 1 ($t \geq 0$).

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_2^3 (1-x)^4 dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) dx$.

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = 2^x$ grafiką.

2. Išspręskite lygtį $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4,5^{x-2}$.

3. Išspręskite nelygybę $0,9^x \geq 1 \frac{19}{81}$.

S—62

1. Apskaičiuokite: a) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16$; b) $\log_{125} \sqrt[3]{5}$.

2. Raskite funkcijos $y = \log_6(2x-1)$ apibrėžimo sritį.3. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \lg(-x)$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\lg^2 x + \lg x^2 = 3$.

2. Išspręskite nelygybę $\log_7 x^2 < \log_7 16$.

S—64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę: a) $f(x) = e^{-0,3x}$; b) $f(x) = x \cdot 3^x$.2. Parašykite funkcijos $f(x) = 0,5e^{-x}$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -1$.3. Raskite funkcijos $f(x) = x \cdot e^{-3x}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S-65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \ln(3x - 4)$; b) $f(x) = \log_2(3x^2 - 2x + 5)$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \log_3 x$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 3$.3. Raskite funkcijos $y = x^3 \ln x$ maksimumus ir minimumus.

S-66

1. Raskite funkcijos $\frac{1}{2x+1}$ pirmykštę funkciją intervale $]-\frac{1}{2}; +\infty[$.

2. Apskaičiuokite $\int_1^9 \frac{dx}{x \ln 3}$.

S-67

1. Raskite funkcijos $f(x) = x^{1-\sqrt{2}} + x^{\sqrt{2}}$ išvestinę.

2. Išspręskite lygtį $\sqrt{7 - \sqrt{x+1}} = 2$.

S-68

1. Išspręskite lygčių sistemą $\begin{cases} 3x - 4y = 13, \\ 2x + 3y = 3. \end{cases}$

2*. Išspręskite lygčių sistemą (b – parametras)

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8, \\ bx + 12y = 12. \end{cases}$$

S-69

Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} -x + 2y + z = -4, \\ -3x - 2y - 5z = 5, \\ 4x - 2y + 2z = 17. \end{cases}$$

S-70

Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 7, \\ \log_4(x - y) = 0,5; \end{cases}$ b*) $\begin{cases} \sin x - \sin y = 1,5, \\ x - y = -\frac{2\pi}{3}. \end{cases}$

S-71

Koordinatinių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

a) $\begin{cases} x - y \leq 3, \\ x - y \geq 1, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq 8; \end{cases}$ b) $\begin{cases} y \leq x^2 + 1, \\ x^2 + y^2 \leq 4, \\ y - x \geq 0. \end{cases}$

S-72*

Raskite didžiausią funkcijos $s(x; y) = 3x + 2y$ reikšmę, kai

$$\begin{cases} x + y \leq 3, \\ x + y \geq 1, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ y \geq 2x. \end{cases}$$

S-73

1. Apskaičiuokite $\frac{9-4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}} + \frac{9+4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}}$.

2. Detalės, kurias darbininkas turėjo pagaminti pagal planą, sudaro 60 % pagamintų detalių skaičiaus. Kiek procentų darbininkas viršijo planą?

3. Apskaičiuokite proporcijos

$$\left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}\right) = \left(0,5 - \frac{1}{3} + 0,25 - \frac{1}{5}\right) : 0,52x$$

nežinomąjį narį.

S-74

1. Traukinio greitis padidėjo nuo 75 iki 80 km/h. Kiek procentų sumažėjo laikas, per kurį traukinys nuvažiuos tą patį kelią?

2. Parašykite lygtį tiesės, lygiagrečios tiesei $y=3-0,5x$ ir einančios per tašką $M(-1; 3)$.

S-75

1. Suprastinkite reiškinių

$$\frac{a^4-b^4}{4a^2-2a+b-b^2} : \frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{2a-b}.$$

2. Išspręskite lygtį

$$\frac{5}{3-x} + \frac{x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}.$$

S-76

1. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{2,37 \cdot 0,691}{12,33}$; b) $\sqrt[3]{41,3}$; c) $74,9^2$.

2. Kambario ilgis 6,15 m, plotis 4,25 m, aukštis 3,2 m. Apskaičiuokite kambario tūrį.

S-77

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis:

a) $ab-c$; b) $a-b+c$, kai $a \approx 63,09$; $b \approx 7,6$; $c \approx 0,059$.

2. Sudėkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos rėžį ir santykinės paklaidos rėžį: $x+y$, kai $x=6,32 \pm 0,01$; $y=9,3 \pm 0,05$.

S-78

1. Nurodykite funkcijos $y=3x^2+2x+1$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y \leq 0$; $y > 0$, aibę.

2. Kvadratinę trinari $x^2+9x+18$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $-\frac{1}{3}$ ir -3 .

S-79

1. Aritmetinės progresijos pirmasis narys lygus 5,7, o skirtumas 0,8. Parašykite aritmetinės progresijos n -tojo nario formulę ir apskaičiuokite dvidešimties pirmųjų narių sumą.

2. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai pirmasis narys lygus $-4,5$ ir vardiklis lygus $-0,75$.

3. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{2+6,5n}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n-4}{1-7n} \cdot \frac{n-3}{5+2n} \right)$.

S-80

1* Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x}{x^2-2x}$; b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{3+x}$.

2. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = 2x^4 - 4x^{\sqrt{3}} + 12$; b) $f(x) = \frac{\cos x}{\ln x}$.

3. Raskite funkcijos $g(x) = (x^3 + 1,5x^2)^{68}$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

S-81

1. Raskite funkcijos $y=4x^4+8x^2+5$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Reikia pagaminti kūgio formos piltuvėlį, kurio sudaromoji $l=10$ cm. Koks turi būti piltuvėlio pagrindo spindulys, kad piltuvėlio tūris būtų didžiausias?

S-82

1. Parašykite funkcijos $f(x)$ pirmųjų funkcijų bendrąją išraišką:

a) $f(x) = x^3 - 2 \cos x$; b) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{1-x} - e^{3x}$.

2. Apskaičiuokite linijų $y=0$, $y=2x^2+1$, $x=2$, $x=3$ apribotos figūros plotą.

1. Išspręskite lygtis:

a) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$; b) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\lg \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \geq 1$; b) $\lg(x^2 - x + 8) > 1$.

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{x+17} - \sqrt{x+1} = 2$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y + z = 8, \\ x - 2y + 2z = 7, \\ 2x - y + 2z = 10. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 56, \\ \log_2 x - \log_2 y = 1. \end{cases}$$

Ištirkite funkciją $f(x) = x^3 - \frac{1}{3}x - 1$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 3$.

1. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = \frac{1}{2} \cos \left(3t - \frac{\pi}{5} \right)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Parašykite diferencialinės lygties $y' = -3y$ sprendinių bendrąją išraišką.

1. Patikrinkite, ar funkcija $x(t) = \sin \frac{t}{2}$ yra diferencialinės lygties $x'' = -\frac{1}{2}x$ sprendinys.

2. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = \frac{1}{3} \cos(\sqrt{3}t + 2)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

1. 3 paveiksle nubraižytas funkcijos $f(x) = \tan x$ grafikas intervale $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$. Atsakykite į klausimus:

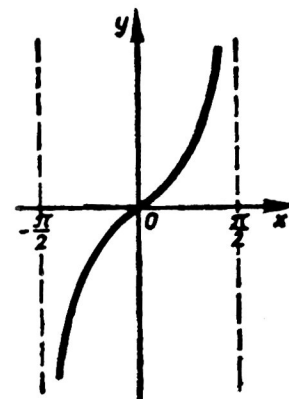
a) Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f(x) = 0$; $f(x) < 0$; $f(x) > 0$, aibės?

b) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

c) Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

d) Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

e) Ar funkcija f yra apgręžiama?



3 pav.

1. Raskite reikšmes: a) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$; b) $\sin(\arcsin 0,1)$.

2. Apskaičiuokite $\arctg(-1) + \arccos(-1)$.

Išspręskite lygtis:

a) $\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\lg \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\sin 2x > \frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) < \frac{1}{\sqrt{3}}$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$; b) $\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 0$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $2 \cos^2 \beta - \cos 4\beta = 1$;
b) $4 \sin (30^\circ + \alpha) \cos \alpha = 1 + 2 \cos (60^\circ - \alpha)$.

S—55

1. Įrodykite, kad funkcija F yra funkcijos f pirmąją funkcija intervale $]-\infty; 0[$, kai:

a) $F(x) = \sqrt{-x}$; $f(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-x}}$;

b) $F(x) = \sin^2 x + 1$; $f(x) = \sin 2x$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = -x + 1$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(-2; -3)$.

S—56

Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ pirmąją funkcijas intervale $]-\frac{1}{7}; \infty[$:

a) $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \cos \frac{x}{3}$; b) $g(x) = \sqrt{7x+1}$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_1^4 \frac{x}{\sqrt{x}} dx$; b) $\int \cos x dx$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = 1 - x^2$, $y = 0$; b) $y = \sin 2x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

S—59

2 N jėga ištempia spyruoklę 6 cm. Kokį darbą reikia atlikti norint ištempti šią spyruoklę 10 cm?

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_0^2 \left(1 - \frac{x}{2} \right)^4 dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 2x}$.

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = 5^{1-x}$ grafiką.
2. Išspręskite lygtį $2^x + 2^{x-3} = 18$.
3. Išspręskite nelygybę $3^{1+x} + 2 < 27$.

S—62

1. Nustatykite skaičiaus ženklą:

a) $\log_2 \frac{1}{51}$; b) $\log_{0,5} 0,75$.

2. Raskite funkcijos $y = \frac{1-x}{\log_3 (x^2-9)}$ apibrėžimo sritį.

3. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \log_{0,4} (-x)$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\lg (2x+1) = 0,5 \lg (1-3x)$.

2. Išspręskite nelygybę $\frac{x}{\lg (x+1)} \leq 0$.

S-64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = 0,2e^{7+0,1x}$; b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+0,5}$

2. Parašykite funkcijos $f(x) = e^{1-x}$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 1$.3. Raskite funkcijos $f(x) = (x-1)e^{x+1}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S-65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \ln(1-0,2x)$; b) $f(x) = \log_3(x^2 - 2\sqrt{x})$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \log_2(x+3)$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 1$.3. Raskite funkcijos $f(x) = x^2 \log_2 x$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S-66

1. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{0,5}{2x+1}$ pirmąją funkciją intervale $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

2. Apskaičiuokite $\int_2^8 \frac{dx}{x \ln 4}$.

S-67

1. Raskite funkcijos $y = \left(\frac{1}{x}\right)^{\sqrt{2}} + x^{-2}$ pirmąją funkciją.2. Išspręskite lygtį $\sqrt{4+x} \cdot \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2}$.

S-68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 4x + 3y = 9, \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

ir sprendimą pavaizduokite geometriškai.

2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} 3x - 9y = 2, \\ -2x + 6y = m. \end{cases}$$

S-69

Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 - 10x_3 = -33, \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = 7. \end{cases}$$

S-70

Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 + \log_3 2, \\ \log_3(x+y) = 2; \end{cases}$ b)* $\begin{cases} \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4}, \\ x + y = \frac{2\pi}{3}. \end{cases}$

S-71

Koordinačių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

a) $\begin{cases} x + 2y \leq 7, \\ x + 2y \geq 3, \\ y \geq 2x + 1, \\ y \leq 3x; \end{cases}$ b) $\begin{cases} y \geq x^2 - 1, \\ x^2 + y^2 \leq 9, \\ x + y \geq 0. \end{cases}$

S-72*

Raskite didžiausią funkcijos $s(x, y) = 4x + 3y$ reikšmę, kai:

$$\begin{cases} x + y \leq 5, \\ x + y \geq 1, \\ x \geq 2y - 4, \\ x \leq y + 2, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

S-73

1. Apskaičiuokite $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$.

2. 525 cm ilgio lystelė padalyta į dvi dalis taip, kad pirmoji dalis 25% trumpesnė už antrąją. Koks kiekvienos dalies ilgis?

3. Apskaičiuokite proporcijos $\frac{1,2 : 0,375 - 2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{0,016 : 0,12 + 0,7}{x}$ nežinomąjį narį.

1. Iš 20% valgomosios druskos tirpalo išgaravo 25% jame buvusio vandens. Kokia naujai gauto tirpalo koncentracija?

2. Parašykite lygtį tiesės, lygiagrečios tiesei $y=1-3x$ ir einančios per tašką $M(3; -1)$.

1. Suprastinkite reiškini

$$\left(\frac{x^2}{x^2 - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{x^2 + y^{0,5}} \right) : \left(\frac{x^2 + y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{y}} - \frac{x^2 - \sqrt{y}}{x^2} \right).$$

2. Išspręskite lygtį $\frac{3y}{3y-2} + \frac{5}{3y+2} = \frac{8}{9y^2-4}$.

1. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{43,9 \cdot 0,833}{3,541}$; b) $\sqrt[3]{327}$; c) $2,54^2$.

2. Apskaičiuokite 45,6 cm ilgio strypelio masę, kai medžiagos, iš kurios pagamintas strypelis, tankis lygus 7,8 g/cm³, o skerspjūvio plotas 37,2 cm².

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytiksliais skaičiavimo taisyklėmis:

a) $ab+c$; b) $a+b-c$, kai $a \approx 47,31$; $b \approx 0,6$; $c \approx 0,038$.

2. Sudėkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos rėžį ir santykinę paklaidos rėžį: $x+y$, kai $x=5,39 \pm 0,02$; $y=6,2 \pm 0,07$.

1. Nurodykite funkcijos $y=6x^2+5x+1$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y \leq 0$, $y > 0$, aibę.

2. Kvadratinę trinari $4x^2+20x+25$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $-\frac{1}{3}$ ir $\frac{1}{4}$.

1. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos (a_n) pirmąjį narį ir skirtumą, kai $a_3=8$, $a_{11}=17$.

2*. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai $a_1 = -\frac{3}{13}$ ir $q = \frac{2}{17}$.

3. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n}{4,5n+7}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+1}}{5-0,9n}$.

1. Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x}{x^3+x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{(x-1)(x+4)}$.

2. Raskite funkcijos $h(x)$ išvestinę:

a) $h(x) = 4x^4 - 2x\sqrt{5} + x$; b) $h(x) = \frac{e^x}{\lg x}$.

3. Raskite funkcijos $f(x) = \sin^2 3x$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

1. Raskite funkcijos $y=x^4+4x^3-8x^2+3$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Reikia pagaminti uždarą ritinio formos baką, kurio tūris V . Koks turi būti pagrindo spindulys, kad bako gamybai būtų sunaudota mažiausiai medžiagos?

1. Funkcijos $f(x) = x^3 + 1 - \frac{3}{\cos^2 2x}$ grafikas eina per tašką $M(0; -2)$. Raskite šios funkcijos pirmykštę funkciją.

2. Apskaičiuokite integralą $\int_0^{\frac{\pi}{24}} \frac{2dx}{\sin^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)}$.

3. Apskaičiuokite kreivių $y = \frac{5}{x}$, $x+y=6$ apribotos figūros plotą.

1. Išspręskite lygtis:

a) $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x$; b) $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $4 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) > -1$;

b) $\lg^2 x + \lg x - 2 \leq 0$.

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = 1$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} 5x - 10y + 3z = 5, \\ x - 5y + 2z = -15, \\ 2x + 5y - 3z = 1. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6}, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

Ištirkite funkciją $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -1$.

1. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = 3 \cos \left(2t - \frac{\pi}{7} \right)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Raskite diferencialinės lygties $y' = -2y$ sprendinį, kuris tenkintų sąlygą $y(1) = e^4$.

1. Patikrinkite, ar funkcija $x(t) = \sin 5t$ yra diferencialinės lygties $x''(t) = -25x(t)$ sprendinys.

2. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = 3 \cos(\sqrt{2}t - 1)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

1. 4 paveiksle nubraižytas funkcijos $f(x) = \operatorname{ctg} x$ grafikas intervale $]0; \pi[$; Atsakykite į klausimus:

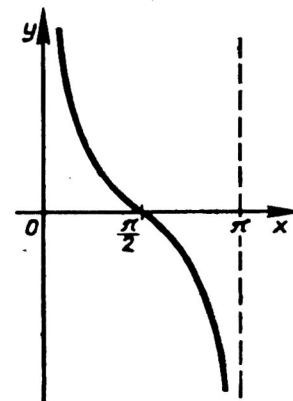
a) Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f(x) = 0$; $f(x) > 0$; $f(x) < 0$, aibės?

b) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

c) Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

d) Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

e) Ar funkcija f yra apgręžiama?



4 pav.

1. Raskite reikšmes: a) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)$; b) $\cos(\arccos(-0,3))$.

2. Apskaičiuokite $\arctg(-\sqrt{3}) + \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Išspręskite lygtis:

a) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$; c) $\operatorname{tg} \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos 3x < \frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \geq -\sqrt{3}$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $\operatorname{ctg} x = -4 - 3 \operatorname{tg} x$; b) $\sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $2 \sin^2 2\gamma + \cos 4\gamma = 1$; b) $4 \cos(\alpha + 60^\circ) \cos \alpha = 1 + 2 \sin(30^\circ - 2\alpha)$.

S—55

1. Įrodykite, kad funkcija F yra funkcijos f pirmąją funkcija intervale $]0; \infty[$, kai:

a) $F(x) = \sqrt[4]{x} - 2$, $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{x^3}}$; b) $F(x) = 3 - \cos^2 x$, $f(x) = \sin 2x$.

2. Raskite funkcijos $h(x) = 1 - 4x$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(-1; 9)$.

S—56

Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ pirmąją funkcijas intervale $\left] \frac{1}{3}; \infty \right[$:

a) $f(x) = \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3} + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}$; b) $g(x) = \sqrt{6x - 2}$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{x} dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin x dx$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = x^3$, $x = -1$, $y = 0$; b) $y = \cos 0,5x$, $y = 0$, $-\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{3}$.

S—59

4 N jėga suspaudžia spyruoklę 4 cm. Kokį darbą reikia atlikti norint suspausti šią spyruoklę 2 cm?

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_1^0 \frac{(4x+1)^3}{3} dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$.

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = 0,2^{1-x}$ grafiką.2. Išspręskite lygtį $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$.3. Išspręskite nelygybę $3x^2 > 9^8$.

S—62

1. Nustatykite skaičiaus ženklą: a) $\log_3 4$; b) $\log_{\frac{1}{3}} 0,9$.2. Raskite funkcijos $y = \frac{x}{\log_2(x^2 - 4)}$ apibrėžimo sritį.3. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \lg |x|$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\lg(x-1) = 0,5 \lg(1+1,5x)$.2. Išspręskite nelygybę $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$.

S—64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = 3e^{3+2x}$; b) $f(x) = 14^{0,2-5x}$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = e^{1+x}$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -1$.3. Raskite funkcijos $f(x) = (x+1)e^{x-1}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S—65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \ln\left(2 - \frac{1}{3}x\right)$; b) $f(x) = \log_4\left(x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \log_3(2x+1)$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 1$.3. Raskite funkcijos $f(x) = \lg^2(x+1) - \lg(x+1)$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S—66

1. Raskite funkcijos $y = \frac{0,5}{2x-1}$ pirmąją funkciją intervale $\left[\frac{1}{2}; \infty\right]$.

2. Apskaičiuokite $\int_{-1}^{-27} \frac{dx}{x \ln 9}$.

S—67

1. Raskite funkcijos $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^{-1/3} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$ pirmąją funkciją.2. Išspręskite lygtį $\sqrt{8+x} \cdot \sqrt{8-x} = x$.

S—68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7, \\ y = -1,5x - 2 \end{cases}$$

ir sprendimą pavaizduokite geometriškai.

2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} x - 1,5y = 2, \\ 3x - 3my = 3. \end{cases}$$

S—69

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - 10x_2 - 14x_3 = -18. \end{cases}$$

S—70

Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 3, \\ \log_{0,5}(x-y) = 0; \end{cases} & \text{b)*} \quad & \begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = \frac{7}{4}, \\ x + y = \frac{5\pi}{6}. \end{cases} \end{aligned}$$

S—71

Koordinatinių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} 2x + y \leq 10, \\ 2x + y \geq 1, \\ y \leq 2x - 3, \\ y \leq 0,5x; \end{cases} & \text{b)} \quad & \begin{cases} y \geq x^2 - 1, \\ y \leq 8, \\ 3x + 2y \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

S—72*

Raskite funkcijos $s(x; y) = -3x + 2y$ mažiausią reikšmę, kai:

$$\begin{cases} x - y \leq 1, \\ x + y \leq 9, \\ x - 2y \leq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

S—73

1. Apskaičiuokite $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$.

2. 436 cm ilgio lystelė perpjauta į dvi dalis taip, kad pirmoji dalis 18% ilgesnė už antrąją. Koks kiekvienos dalies ilgis?

3. Apskaičiuokite proporcijos nežinomąjį narį:

$$\frac{x}{10,5 \cdot 0,24 - 15,15 : 7,5} = \frac{9 \left(1 \frac{11}{20} - 0,945 : 0,9\right)}{1 \frac{3}{40} - 4 \frac{3}{8} : 7}.$$

1. Iš 25% valgomosios druskos tirpalo išgaravo $\frac{1}{3}$ jame buvusio vandens. Kokia naujai gauto tirpalo koncentracija?

2. Parašykite lygtį tiesės, lygiagrečios tiesei $y=2+3x$ ir einančios per tašką $M(2; -4)$.

1. Suprastinkite reiškini

$$\left(\frac{\sqrt{b}+c^2}{c^2} - \frac{\sqrt{b}-c^2}{b^{0,5}} \right) : \left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b}-c^2} - \frac{c^2}{b^{0,5}+c^2} \right).$$

2. Išspręskite lygtį

$$\frac{8}{2-3y} + \frac{3y}{3y+2} = \frac{8}{9y^2-4}.$$

1. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{1,71 \cdot 0,427}{42,54}$; b) $5,32^3$; c) $\sqrt{66,2}$.

2. Ritinio pagrindo spindulys lygus 3,17 dm, o aukštinė lygi 2,0 dm. Apskaičiuokite ritinio tūrį.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis:

a) $a-bc$; b) $b+c-a$, kai $a \approx 14,82$; $b \approx 7$; $c \approx 71,9$.

2. Atimkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos rėžį ir santykinę paklaidos rėžį:

$x-y$, kai $x=7,6 \pm 0,2$; $y=4,4 \pm 0,1$.

1. Nurodykite funkcijos $y=8x^2-2x-1$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y < 0$, $y \geq 0$, aibę.

2. Kvadratinę trinarę $9x^2-10x+1$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $-\frac{1}{4}$ ir $\frac{1}{5}$.

1. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos (a_n) pirmąjį narį ir skirtumą, kai $a_4=8$, $a_{13}=-5$.

2*. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai pirmasis narys lygus $-\frac{5}{17}$ ir antrasis narys lygus $\frac{5}{19}$.

3*. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-9}{6,3-0,8n}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n+5}}{4-0,7n}$.

1*. Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3-3x^2}{x^3+x^4}$; b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-x-6}{(x+2)(x-1)}$.

2. Raskite funkcijos $h(x)$ išvestinę:

a) $h(x)=5x^{\sqrt{3}}-4x^2-34$; b) $h(x)=\frac{e^x}{\cos x}$.

3. Raskite funkcijos $f(x)=\cos^2 \frac{x}{3}$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

1. Raskite funkcijos $y=-x^4+8x^3-16x^2+9$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Reikia pagaminti ritinio formos atvirą baką, kurio talpa V . Koks turi būti pagrindo spindulys, kad bako gamybai būtų sunaudota mažiausiai medžiagos?

1. Funkcijos $f(x)=\sqrt{x}+\cos 2\pi x$ grafikas eina per tašką $M(1; 3)$. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją.

2. Apskaičiuokite integralą

$$\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)}.$$

3. Apskaičiuokite linijų $y=\frac{7}{x}$, $x+y=8$ apribotos figūros plotą.

S-83

1. Išspręskite lygtis:

a) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x$, b) $\lg^2 x^2 - \lg x^2 = 6$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\cos^2 x - \sin^2 x > \frac{1}{2}$; b) $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$.

S-84

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4, \\ x + 4y + 9z = 20, \\ x + 8y - 27z = -8. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} xy + x + y = -1, \\ x^2 y + xy^2 = -2. \end{cases}$$

S-85

Ištirkite funkciją $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscise $x_0 = 0$.

S-86*

1. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{t}{3} + \frac{2\pi}{9}\right)$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Raskite diferencialinės lygties $y' = -\frac{1}{3}y$ sprendinį, kuris tenkintų sąlygą $y(-2) = e^2$.

5 variantas

S-48

1. Parašykite diferencialinės lygties $y'' = -\frac{1}{3}y$ sprendinių bendrąją išraišką.

2. Parašykite harmoninio svyravimo $x(t) = 2 \sin \frac{t}{4}$ diferencialinę lygtį. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

S-49

5 paveiksle nubraižytas funkcijos $f(x) = \sin x$ grafikas intervale $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$. Atsakykite į klausimus:

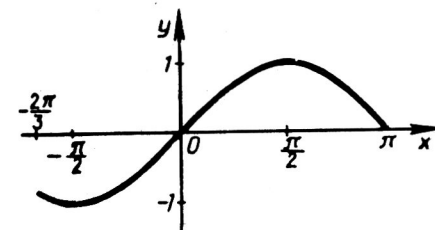
1. Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f(x) = 0$, $f(x) < 0$, $f(x) > 0$, aibės?

2. Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

3. Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

4. Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

5. Ar funkcija f yra apgrėžiama?



5 pav.

S-50

1. Raskite reikšmes:

a) $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} - \arcsin 1$; b) $\arcsin(\sin 110^\circ)$.

2. Žvaigždutę pakeiskite lygybės arba nelygybės ženklu, kad gautumėte teisingą teiginį:

$\arcsin(-1) * \arctg(-1).$

S-51

Išspręskite lygtis:

a) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$; b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -1$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\sin \frac{x}{2} \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - 1 \right) \leq -1$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $\cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$; b) $\sin 2x = 2\sqrt{3} \sin^2 x$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$; b) $\frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{4}$.

S—55

1. Ar funkcija F yra funkcijos f pirmąją funkcija intervale I :

a) $F(x) = \sqrt{x-1} + 2$; $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$; $I =]1; \infty[$;

b) $F(x) = 3x^2 - 1$; $f(x) = x^3$; $I =]-\infty; \infty[$;

2. Raskite funkcijos $h(x) = \sin x$ pirmąją funkciją $H(x)$ tokią, kad $H\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$.

S—56

Raskite funkcijų $F(x)$ ir $g(x)$ pirmąją funkciją:

a) $F(x) = \sin(1,5x - 1) + \sqrt{x}$; b) $g(x) = \frac{1}{3 \cos^2(7-x)} + \frac{x^2}{2}$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2} dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = x^2$, $y = 4x - 3$; b) $y = |\sin x|$, $y = 0$, $\pi \leq x \leq 1\frac{1}{3}\pi$.

S—59*

Taškas juda tiesė taip, kad jo greitis laiko momentu t lygus $v(t) = 10t - 0,008t^3 \left(\frac{m}{s}\right)$. Apskaičiuokite kelią, kurį taškas nuėjo per laiką nuo $t = 10$ s iki $t = 20$ s, ir taško pagreitį kelio pabaigoje.

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_{-1}^1 \left(1 + \frac{x}{2}\right)^3 dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) dx$.

S—61

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos $y = 3^{-x}$ grafiką.2. Išspręskite lygtį $0,5^{3-2x} + 3 \cdot 0,25^{1-x} = 7$.3. Išspręskite nelygybę $25^{\frac{1}{2x}+1} < 125^{-\frac{2}{3}}$.

S—62

1. Nustatykite skaičiaus ženklą: a) $\log_{0,3} 4$; $\lg 3 - \frac{1}{3}$.2. Raskite funkcijos $y = \frac{1}{\log_{12}(x-3)} + \sqrt{7-x}$ apibrėžimo sritį.3. Schemiškai nubraižykite funkcijos $y = \lg \sqrt{x}$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\log_{2x} 64 - \log_{2x} 8 = 3$.2. Išspręskite nelygybę $\lg(x-1)^2 > 0$.

S—64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = e^{2-14x}$; b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5x+1}$

2. Parašykite funkcijos $f(x) = e^x + e^{-x}$ grafiko horizontaliosios liestinės lygtį.3. Raskite funkcijos $f(x) = e^{2x-3}$ pirmąją funkciją.

S—65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \ln(x^3 - 2x^2 + 1)$; b) $f(x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{3 - 2x}$.

2. Su kuria a reikšme funkcijos $y = a \ln(3x - 1)$ grafiko liestinė taške, kurio abscisė $x_0 = 2$, sudaro su abscisių ašimi 45° kampą?3. Raskite funkcijos $f(x) = \ln^3 x - 3 \ln x$ ekstremumus.

S—66

Raskite funkcijos $f(x) = \frac{1}{x-1}$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(2; 4)$.2. Su kuriomis a reikšmėmis integralas $\int_a^1 \frac{dx}{x}$ turi prasmę?

S—67

1. Raskite funkcijos $f(x) = x^{\sqrt{2}} + x^{-\sqrt{2}}$ pirmąją funkciją.2. Išspręskite lygtį $\sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1$.

S—68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} y - x = 3, \\ 2y + x = 1 \end{cases}$$

ir sprendimą pavaizduokite geometriškai.

2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ m^2 x - y = m. \end{cases}$$

S—69

Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y + 4z = 1, \\ -3x - y + 2z = 27, \\ x + 5y - z = -5. \end{cases}$$

S—70

Išspręskite lygčių sistemą:

a) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576, \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4; \end{cases}$ b)* $\begin{cases} \sin x + \sin y = 0,5, \\ x + y = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

S—71

Koordinatinių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

a) $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0, \\ -x + y + 3 \geq 0, \\ 2x + 3y - 5 \geq 0, \\ y \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9, \\ x^2 + y^2 \geq 1, \\ y \geq x + 1. \end{cases}$

S—72*

Raskite didžiausią funkcijos $s(x, y) = 4x + 2y$ reikšmę, kai

$$\begin{cases} x - 3y \geq -9, \\ 2x + 3y \leq 18, \\ 2x - y \leq 10, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

S—73

1. Apskaičiuokite $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$.

2. Viena automobilių parke yra 250 mašinų, iš jų 24% – savivarčių, antrame – 150 mašinų, iš jų – 8% savivarčių. Kiek procentų bendro abiejų parkų mašinų skaičiaus sudaro savivarčiai?

3. Raskite x iš proporcijos:

$$\frac{0,125x}{\left(\frac{19}{24} - \frac{21}{40}\right) \cdot 8 \frac{7}{16}} = \frac{\left(1 \frac{28}{63} - \frac{17}{21}\right) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02}.$$

1. Trikampio kraštinės proporcingos skaičiams 3, 4, 5. Ilgiausioji kraštinė 3,6 cm ilgesnė už trumpiausiąją. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

2. Išspręskite nelygybių sistemą

$$\begin{cases} 1,25x - 0,12 > 0,3x + 0,07, \\ 1 - x \geq 0,5x - 4. \end{cases}$$

1. Suprastinkite reiškinių

$$\left(a^{\frac{1}{3}} + b + \frac{4b^2 a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a-b}} \right) : \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2-b^2}} - \frac{2}{\sqrt[3]{a+b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a-b}} \right).$$

2. Išspręskite lygtį

$$\frac{1}{y-1} + \frac{1}{y+2} = \frac{2}{y^2-1}.$$

1. Atlikite veiksmus:

a) $33,8 \cdot 25,4 \cdot 69,61$; b) $\sqrt[3]{52,5}$; c) $\frac{3,07^2}{21,9}$.

2. Apskaičiuokite proporcijos $\frac{5,29}{847} = \frac{8600}{x}$ nežinomąjį narį.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis:

a) $ab+c$; b) $a-(b+c)$, kai $a \approx 21,42$; $b \approx 1,8$; $c \approx 61,4$.

2. Sudėkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos rėžį ir santykinės paklaidos rėžį $x+y$, kai $x=9,5 \pm 0,2$; $y=8,9 \pm 0,08$.

1. Nurodykite funkcijos $y=5x^2+26x+5$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y \geq 0$, $y \leq 0$, aibę.

2. Kvadratinį trinarij $2x^2-5x-1$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $\sqrt{7}-1$ ir $\sqrt{7}+1$.

1. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos (a_n) narių skaičių, kai $d=-3$, $a_1=2$, $S_n=-208$.

2*. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai progresijos pirmasis narys lygus 2 ir trečiasis narys lygus 0,5.

3. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n-4}{3,3-0,8n^2}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+3} + \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)$.

1*. Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x+8}$; b) $f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(2x+1)(x+3)}{x^2+5x+6}$.

2. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = (\sqrt{2}x^4 - 3x\sqrt[3]{x})e^x$; b) $f(x) = \log_2(x-1) + \frac{x+2}{x-1}$.

3. Raskite funkcijos $f(x)=(x^3+1)^{307}$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

1. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{x^2-3x}{x+1}$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Į pusrutulį, kurio spindulys 3, įbrėžtas kūgis taip, kad kūgio viršūnė yra pusrutulio centre. Su kuria pagrindo spindulio reikšme šio kūgio tūris didžiausias?

1. Parašykite funkcijos $f(x) = x^{\sqrt{2}} - 3x^3 + \frac{1}{x+2}$ pirmąsias funkcijos bendrąją išraišką.

2. Apskaičiuokite integralą

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos \frac{3x}{2} + \sin \frac{3x}{2} \right) dx.$$

3. Apskaičiuokite linijų $y=4+3x-x^2$, $y=x+1$ apribotos figūros plotą.

S—83

1. Išspręskite lygtis:

a) $\cos^4 x - \sin^4 x = \sin 4x$; b) $2^{x+1} + 0,5^{x-1} = 5$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\lg^2 \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \geq 3$; b) $3^{x^2-x-3} \geq 27$.

S—84

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$.

2. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x+y+5z = -7, \\ x+y+z = 1; \\ x+3y+z = 5. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} (x-y)xy = 30, \\ (x+y)xy = 120. \end{cases}$$

S—85

Ištirkite funkciją $f(x) = x^4 - 2x^3 + 5$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -1$.

S—86*

1. Raskite diferencialinės lygties $y'' = -3y$ sprendinį, kuris tenkintų šias sąlygas: $y(0) = 2$; $y'(0) = 6$. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Parašykite diferencialinės lygties $y' = -\sqrt{2}y$ sprendinių bendrąją išraišką.

6 variantas

S—48

1. Parašykite sprendinius diferencialinės lygties $y'' = -4y$, kurios amplitudė $A = 4$ ir pradinė fazė $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

2. Įrodykite, kad lygtis $x(t) = 3 \sin 3t$ reiškia harmoninį svyravimą, ir parašykite šio svyravimo diferencialinę lygtį.

S—49

6 paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = \cos x$ grafikas intervale $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$. Atsakykite į šiuos klausimus:

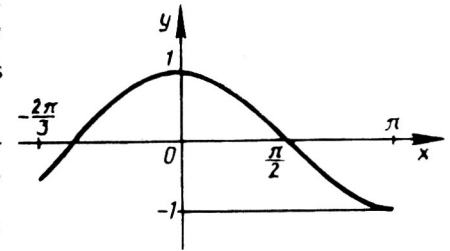
1. Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $f(x) = 0$, $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, aibės?

2. Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija f įgyja maksimumą arba minimumą.

3. Kokie funkcijos f didėjimo (mažėjimo) intervalai?

4. Kokia funkcijos f reikšmių sritis?

5. Ar funkcija f yra apgręžiama?



6 pav.

S—50

1. Apskaičiuokite reikšmes:

a) $\arctg 1 - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$, b) $\arccos(\cos(-12^\circ))$.

2. Žvaigždutę pakeiskite lygybės arba nelygybės ženklu taip, kad gautumėte teisingą teiginį:

$$\arccos 1 * \arccotg 1.$$

S—51

Išspręskite lygtis:

a) $\lg x = -\sqrt{3}$; b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -1$; c) $\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

a) $\operatorname{tg} 3x < 1$; b) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

S—53

Išspręskite lygtis:

a) $\sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$; b) $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 0$.

S—54

Įrodykite tapatybes:

a) $\frac{\cos 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha}$; b) $\frac{\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha}{\sin 2\alpha + 2 \sin \alpha} = -\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$.

S—55

1. Ar funkcija F yra funkcijos f pirmąją funkciją intervale I :

a) $F(x) = 2\sqrt{1+x} + 1$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$; $I =]-1; \infty[$;

b) $F(x) = x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, $f(x) = 4x - 2\sqrt{x}$; $I =]0; \infty[$?

2. Raskite tokią funkcijos $h(x) = \cos x$ pirmąją funkciją $H(x)$, kad $H\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

S—56

Raskite funkcijos $f(x)$ ir $g(x)$ pirmąją funkciją:

a) $f(x) = \cos(1 - 1,5x) + \sqrt{x+1}$; b) $g(x) = \frac{2}{5 \sin^2(2-x)} - \frac{x}{3}$.

S—57

Apskaičiuokite integralą:

a) $\int_1^8 \frac{6}{3\sqrt{x^2}} dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$.

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = 2x^2$, $y = x + 1$;

b) $y = |\cos x|$, $y = 0$, $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.

S—59*

Taškas juda tiesė taip, kad jo greitis laiko momentu t lygus $v(t) = t^2 - t + 1$. Žinoma, kad pradinio momentu $t = 0$ taško koordinatė lygi -1 . Kokia taško koordinatė ir pagreitis laiko momentu t ?

S—60*

Apskaičiuokite:

a) $\int_{-1}^0 \frac{(3x-1)^4}{7} dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} 12 \sin\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{8} - x\right) dx$.

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ grafiką.

2. Išspręskite lygtį $3 \cdot 2^{x+1} - 6 \cdot 2^{x-1} = 12$.

3. Išspręskite nelygybę $2^{\frac{4}{x}} > 8^{\frac{1}{x} + \frac{1}{9}}$.

S—62

1. Nustatykite skaičiaus ženklą: a) $\log_{\sqrt{2}} 3$; b) $\log_2 3 + \log_2 0,9$.

2. Raskite funkcijos $g(x) = \frac{1}{\log_{0,5}(x+2)} + \sqrt{3-x}$ apibrėžimo sritį.

3. Schemiškai nubraižykite funkcijos $y = \lg \frac{1}{x}$ grafiką.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\log_{2x} 9 + \log_{2x} 3 = 3$.

2. Išspręskite nelygybę $\log_{\frac{1}{3}}(x+2)^2 > 0$.

S—64

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę: a) $f(x)=e^{4-7x}$; b) $f(x)=4^{2-3x}$.
2. Parašykite funkcijos $f(x)=e^x - e^{-x}$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y=2x+1$, lygtį.
3. Raskite funkcijos $f(x)=e^{7-0,2x}$ pirmąją funkciją.

S—65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x)=\ln(x^4-3x^3+x)$; b) $f(x)=\log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{4-0,1x}$.

2. Su kuriomis a reikšmėmis funkcijos $y=a \ln(2-3x)$ grafiko liestinė taške, kurio abscisė $x_0=-1$, sudaro su abscisių ašimi 60° kampą?

3. Raskite funkcijos $f(x)=\log_2^4 x - 2 \log_2^2 x + 2$ ekstremumus.

S—66

1. Funkcijos $f(x)=\frac{1}{x+1}$ grafikas eina per tašką $M(0; 3)$. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją.

2. Su kuriomis a reikšmėmis integralas $\int_1^a \frac{dx}{x}$ turi prasmę?

S—67

1. Raskite funkcijos $f(x)=x^{\sqrt{3}} + x^{-\sqrt{3}}$ pirmąją funkciją.

2. Išspręskite lygtį $x-1=\sqrt{2x^2-3x-5}$.

S—68

1. Išspręskite lygčių sistemą $\begin{cases} y-3x=3, \\ 3y-9x=9 \end{cases}$ ir sprendimą pavaizduokite geometriškai.

- 2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} x+m^2y=m, \\ x+4y=-2. \end{cases}$$

S—69

Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x-2y+z=-4, \\ -4x+3y+6z=13, \\ 5x-8y+z=-3. \end{cases}$$

S—70

Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972, \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2. \end{cases} & \text{b)*} \quad & \begin{cases} \cos x + \cos y = -0,5, \\ x-y = \frac{2\pi}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

S—71

Koordinatinių plokštumoje pavaizduokite sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x+2y+1 \geq 0, \\ 3x+2y-6 \leq 0, \\ x-y+2 \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0. \end{cases} & \text{b)} \quad & \begin{cases} x^2+y^2 \leq 16, \\ (x-1)^2+y^2 \geq 4, \\ y \leq x+1. \end{cases} \end{aligned}$$

S—72*

Raskite funkcijos $\varphi(x; y)=2x-3y$ mažiausią reikšmę, kai

$$\begin{cases} 4x-5y \leq 20, \\ 2x+y \geq 6, \\ 2x+3y \leq 21, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

S—73

1. Apskaičiuokite $\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2})$.
2. Vienoje krūvelėje yra 150 sasiuvinių, iš jų 32% – langeliai, o kitoje krūvelėje – 210 sasiuvinių, kurių 20% – langeliai. Kiek procentų visų sasiuvinių sudaro sasiuviniai langeliai?
3. Raskite x iš proporcijos:

$$\frac{\left(4-3,5 \cdot \left(2\frac{1}{7}-1\frac{1}{5}\right)\right):0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7}-\frac{3}{14}:\frac{1}{6}}{41\frac{23}{84}-40\frac{49}{60}}.$$

1. Trikampio kraštinės proporcingos skaičiams 3, 4, 5. Ilgiausioji kraštinė 2,4 cm trumpesnė už kitų dviejų kraštinių ilgių sumą. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

2. Išspręskite nelygių sistemą

$$\begin{cases} 3,4x - (x + 0,6) < 0,6x, \\ 3,5 - x + 2,5(2x - 2,4) \geq 0,5x - 13. \end{cases}$$

1. Suprastinkite reiškini

$$\left(b^{\frac{1}{3}} - 2a + \frac{4a^2 - 4\sqrt[3]{b^2}}{3}\right) : \left(\frac{2a}{b^{\frac{1}{3}} - 4a^2} + \frac{2}{2a - b^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{2a + b^{\frac{1}{3}}}\right).$$

2. Išspręskite lygtį $\frac{2}{2-y} = \frac{2}{y^2-1} + \frac{1}{y+1}.$

1. Atlikite veiksmus:

a) $22,7 \cdot 73,9 \cdot 45,82$; b) $\sqrt[3]{26,8}$; c) $\frac{5,08^2}{372}.$

2. Raskite proporcijos $\frac{8410}{x} = \frac{481}{669}$ nežinomąjį narį.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis:

a) $a:b+c$; b) $a-(b-c)$, kai $a \approx 46,76$; $b \approx 12$; $c \approx 52,1$.

2. Atimkite ir nurodykite gautojo rezultato paklaidos režį ir santykinę paklaidos režį $x-y$, kai $x = 7,3 \pm 0,07$; $y = 2,2 \pm 0,3$.

1. Nurodykite funkcijos $y = 6x^2 + 37x + 6$ kintamojo x reikšmių, su kuriomis $y \leq 0$, $y \geq 0$, aibę.

2. Kvadratinį trinari $3x^2 - 4x - 2$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

3. Parašykite kvadratinę lygtį, kurios šaknys yra skaičiai $\sqrt{6} - 2$ ir $\sqrt{6} + 2$.

1. Raskite aritmetinės progresijos (a_n) narių skaičių, kai $a_1 = 48$, $a_2 = 44$, $S_n = 300$.

2*. Apskaičiuokite begalinės geometrinės progresijos sumą, kai pirmasis narys -9 ir penktasis narys $-\frac{1}{9}$.

3*. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 3}{7,5 - 1,2n^2}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{3n - 4} \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right).$

1*. Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x+1}$; b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3x+1)(x+2)}{x^2+5x+6}.$

2. Apskaičiuokite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = (\sqrt{3}x^5 - 2x\sqrt{2})e^x$; b) $f(x) = \ln(x+2) - \frac{1+x}{2+x}.$

3. Raskite funkcijos $f(x) = (3x^2 - 1)^{119}$ išvestinę, taikydami sudėtinės funkcijos diferencijavimo formulę.

1. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Į 4 cm spindulio pusrutulį įbrėžtas ritinys taip, kad ritinio pagrindo plokštuma sutampa su plokštuma, kuri riboja pusrutulį. Kokia turi būti ritinio aukštinė, kad ritinys turėtų didžiausią tūrį?

1. Parašykite funkcijos $f(x) = x^{\sqrt{3}} - \sin(2x+1) - \frac{1}{2x+1}$ pirmykščių funkcijų bendrąją išraišką.

2. Apskaičiuokite integralą

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{\cos 4x}{2} + \frac{1}{4} \right) dx.$$

3. Apskaičiuokite kreivių $y = -x^2 + 4$, $y = x^2 - 2x$ apribotos figūros plotą.

S-83

1. Išspręskite lygtis:

a) $8 \cos^2 x - 3 \sin 2x + 10 \sin^2 x = 6$; b) $\log_x 2 + \log_2 x = 3 \frac{1}{3}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\cos^2 \frac{x}{3} - \sin^2 \frac{x}{3} < -\frac{1}{2}$; b) $4^{-|x-5|} \leq 0,125$.

S-84

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} 4x + 4y - 7z = 66, \\ x + 3y - 5z = 47, \\ 3x + y - 2z = 19. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} (x-y)x^2y^2 = 4, \\ (x+y)x^2y^2 = 12. \end{cases}$$

S-85

Ištirkite funkciją $f(x) = (x-1)^2(x+3)^2$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 2$.

S-86*

1. Raskite diferencialinės lygties $y'' = -4y$ sprendinį, kuris tenkintų sąlygas $y(0) = 1$; $y'(0) = 2\sqrt{3}$. Nurodykite šio svyravimo amplitudę, dažnį ir pradinę fazę.

2. Parašykite diferencialinės lygties $y' = \frac{y}{\sqrt{3}}$ sprendinių bendrąją išraišką.

7 variantas

S-48

1. Harmoninių svyravimų $x_1(t) = 3 \cos 2t$ ir $x_2(t) = 3 \cos \left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ sumą išreikškite harmoniniu svyravimu.

2. Harmoninio svyravimo amplitudė ir dažnis lygūs 2 ir 3, pradinė koordinatė $x(0)$ lygi 1. Koks šio svyravimo pradinis greitis $x'(0)$?

S-49

7 paveiksle nubraižytas funkcijos $h(x) = \sin 2x$ grafikas intervale $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$. Atsakykite į klausimus:

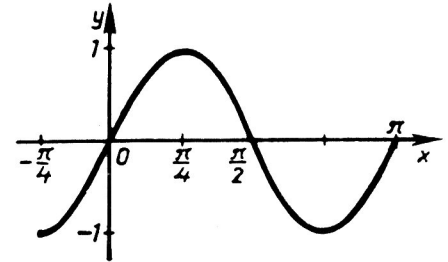
1) Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $h(x) = 0$; $h(x) \geq 0$; $h(x) \leq 0$, aibės?

2) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija h įgyja maksimumą arba minimumą.

3) Kokie funkcijos h didėjimo (mažėjimo) intervalai?

4) Kokiame funkcijos h apibrėžimo srities intervale ši funkcija didėja (arba mažėja) ir įgyja visas savo reikšmes?

5) Ar funkcija h yra apgręžiama?



7 pav.

S-50

1. Apskaičiuokite: $\sin(\arccos 0,28)$; b) $\arcsin(\sin 10)$.

2. Įrodykite tapatybę $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

S-51

Išspręskite lygtis:

a) $4 \sin x \cos x = -1$; b) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

c) $\left| \cos \left(3x - \frac{\pi}{14}\right) \right| = \frac{1}{2}$.

S—52

Išspręskite nelygybes:

$$\text{a) } \frac{\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right)} < \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \text{b) } \sin^2 x \geq \frac{1}{2}.$$

S—53

Išspręskite lygtis:

$$\text{a) } 3 \sin 2x + 7 \cos 2x = 0; \quad \text{b) } \cos 2x - \sin x = 0.$$

S—54

Įrodykite tapatybes:

$$\text{a) } \frac{\sin 2\gamma}{\sqrt{1 + \sin 2\gamma} + \sqrt{1 - \sin 2\gamma}} = \sin \gamma, \quad \text{kai } 0 < \gamma < \frac{\pi}{4};$$

$$\text{b) } \operatorname{tg} 4\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} 4\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}{\sin 4\alpha}.$$

S—55

1. Įrodykite, kad funkcija $f(x) = x |x|$ yra funkcijos $f(x) = 2|x|$ pirmą kartą funkcija intervale $]-\infty; \infty[$.2. Raskite funkcijos $f(x)$ pirmą kartą funkciją:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad \text{b) } f(x) = \cos^2 x.$$

S—56

Raskite funkcijos pirmą kartą funkcijas (pasinaudokite funkcijos $x \cos x$ išvestinės formule):

$$\text{a) } \frac{2}{\cos^2(x-1)} - 3 \sin(4-3x) + 1; \quad \text{b) } x \sin x + \sqrt{2x-1}.$$

S—57

$$1. \text{ Apskaičiuokite integralą } \int_0^2 (1+2x)^3 dx.$$

$$2^*. \text{ Raskite } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n \frac{dx}{x^2}.$$

S—58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

$$\text{a) } y = \begin{cases} 2 \cos x, & \text{kai } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0, \\ -x + 2, & \text{kai } 0 < x \leq 2 \text{ ir } y = 0; \end{cases}$$

$$\text{b) } y = \sqrt[3]{x^2}, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = -2.$$

S—59*

Nustatykite kinetinę energiją vienalyčio ritinio, kuris sukasi apie savo ašį kampiniu greičiu $\frac{1}{R} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Ritinio spindulys R m, o ritinio masė m kg.

S—60*

Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{1}{3}} (3x+1)^8 dx; \quad \text{b) } \int_{1.6\pi}^{1.2\pi} 4.2 \sin\left(\frac{x}{7} - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{7} - \frac{\pi}{5}\right) dx.$$

S—61

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}$ grafiką.2. Išspręskite lygtį $2 \cdot 3^{x-6} + 6 \cdot 9^{0.5x-2} = 56$.3. Išspręskite nelygybę $7.3^{\frac{x^2+2x-15}{x-4}} > 1$.

S—62

1. Nubraižykite funkcijos $y = 10^{\lg(1+x+1)-2}$ grafiką.

2. Suprastinkite reiškinį

$$\log_2 2x^2 + \log_2 x \cdot x^{\log_x (\log_2 x + 1)} + \frac{1}{2} \log_4^2 x^4 + 2^{-3 \log_{0.5} \log_2 x}.$$

3. Žinoma, kad $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$. Apskaičiuokite $\log_{30} 8$.

S—63

1. Išspręskite lygtį $\log_{x+1}(x-0.5) = \log_{x-0.5}(x+1)$.2. Išspręskite nelygybę $\log_2^2 x + \log_2 x^2 \leq -1$.

S-64

1. Raskite funkcijos $f(x) = x \cdot e^{x^2-3x}$ ekstremumus.
2. Funkcijos $h(x) = 2^{1-0,4x}$ grafikas eina per tašką $M(2,5; 1)$. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją.
3. Apskaičiuokite

$$\int_0^6 (x-3) e^{x^2-6x} dx.$$

S-65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:
 - a) $f(x) = \log_3^2(x^3 + \cos x)$;
 - b) $f(x) = \ln \sin \frac{x}{2}$.
2. Parašykite funkcijos $h(x) = \ln(-1-2x) + \log_2(1-x)$ grafiko lėstinę lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -1$.
3. Raskite funkcijos $f(x) = 1,5 \ln^2 x - \ln^3 x$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S-66

1. Raskite linijų $y = \frac{2}{x}$, $x+y=3$ apribotos figūros plotą.
2. Apskaičiuokite $\int_0^3 \frac{2x}{x^2+1} dx$.

S-67

1. Raskite funkcijos $y = (x-1)x^{\sqrt{2}}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.
2. Išspręskite lygtį $\sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{x^2-4x+4} = 5$.

S-68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x+3y-4z = -21, \\ -2x+3y+2z = -6, \\ 3x+3y-8z = -31. \end{cases}$$

- 2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} (m-1)x + y = m+1, \\ 2x + my = 6. \end{cases}$$

S-69

- Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x-2y+2z-3u=4, \\ 3x+2y-10z+11u=0, \\ -2x+y+5z=7, \\ y+z+4u=9. \end{cases}$$

S-70

- Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x^2 = 1 + 6 \log_4 y, \\ y^2 = y \cdot 2^x + 2^{2x+1}; \end{cases} \quad \text{b)*} \quad \begin{cases} \sin x = \operatorname{cosec} x + \sin y, \\ \cos x = \sec x + \cos y. \end{cases}$$

S-71

- Koordinatinių plokštumoje pavaizduokite sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + 4y \leq 4, \\ y \geq x^2 - 3x + 2, \\ y + 1 \leq x. \end{cases}$$

S-72

Viščiukams skirtą vienos dienos lesalų davinį turi sudaryti ne mažiau kaip 10 vienetų riebalų, 8 vienetai baltymų, 42 vienetai angliavandenių ir 20 vienetų vitaminų. Kombinuotų pašarų masės vienetas, kuris kainuoja 4 rub., šių medžiagų atitinkamai turi 2, 1, 3 ir 1 vieneta, o susmulkintų šiaudų masės vienetas, kuris kainuoja 3 rub., atitinkamai – 1, 1, 7 ir 5 vienetus. Kiek reikia vienai dienai kombinuotų pašarų ir susmulkintų šiaudų, kad viščiukai gautų pakankamai riebalų, baltymų, angliavandenių ir vitaminų ir kad lesalų kaina būtų mažiausia?

S-73

1. Patikrinkite lygybę $\sqrt[3]{45+29\sqrt{2}} - \sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.
2. Šeimininkė supylė žibalo į kiaurą bidoną. Kiek žibalo (procentais) ištekojo iš bidono per valandą, jeigu po 3 valandų jame liko 19% mažiau žibalo negu jo buvo įpilta, praėjus valandai?
3. Suprastinkite reiškinių ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $x=5$.

$$\frac{x^2+2x-3+(x+1)\sqrt{x^2-9}}{x^2-2x-3+(x-1)\sqrt{x^2-9}}.$$

1. Trikampio kampų sinusai proporcingi skaičiams 5, 12, 13. Apskaičiuokite šio trikampio perimetrą ir plotą, jeigu apie jį apibrėžto apskritimo spindulys lygus 6,5 cm.

2. Išspręskite nelygybių sistemą

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq -1 - 4x - x^2, \\ |x| < 6. \end{cases}$$

1. Suprastinkite reiškini

$$\frac{4a^{0,25} + bc^{1,5}}{(4 + c^{1,5})(a^{0,25} - b)} + \frac{a^{\frac{1}{4}} c^{\frac{3}{2}} - 4b}{(4 - c^{1,5})(\sqrt{a} - b)}.$$

2. Išspręskite lygtį

$$\frac{1}{2-y^2} = \frac{2}{y^4-1} + \frac{1}{y^2+1}.$$

1. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{\sqrt{92,6} \cdot 3,52}{13,442}$; b) $5,28^2 \cdot 21,3^2$; c) $\sqrt[3]{22,7^2 \cdot 42,8}$.

2. Trikampio kraštinių ilgiai 12,7 cm, 10,2 cm ir 5,6 cm. Raskite trikampio, panašaus į šį, kraštinių ilgius, kai ilgiausia jo kaktinė lygi 42,1 dm.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis:

a) $ab + ac - b$; b) $(a+c)^2$, kai $a \approx 8,32$; $b \approx 0,367$; $c \approx 1,633$.

2. Įrodykite, kad sandaugos santykinė paklaida ne didesnė už dauginamųjų santykinę paklaidų sumą (dauginamieji – teigiami; nepaisykite h_1, h_2 eilės narių, kai h_1 ir h_2 – absoliučiosios paklaidos režiai).

1. Daugianarį $3x^4 - 10x^2 + 3$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

2. Su kuriomis parametro b ($b \neq 0$) reikšmėmis kvadratinės lygties $2b^2x^2 - bx - 1 = 0$ abiejų šaknų moduliai mažesni už vienetą?

3. Apskaičiuokite kvadratinės lygties $x^2 + x - 1 = 0$ šaknų ketvirtųjų laipsnių sumą.

1. Aritmetinės progresijos trečiojo ir devintojo narių suma lygi 6, o jų sandauga lygi $\frac{135}{16}$. Apskaičiuokite penkiolikos pirmųjų šios progresijos narių sumą.

2*. Apskaičiuokite sumą $1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{1111\dots 1}_{n \text{ kartų}}$.

3*. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3n-0,7n^3}{1,2n^2-3} \cdot \frac{n-4n^4}{0,7n^5+2} \right)$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-2n}-n)$

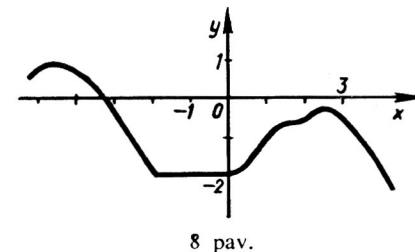
1*. Raskite ribą: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2+7x+2}{2x^2+5x+2}$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3}$.

2. Raskite funkcijos f išvestinę:

a) $f(x) = \frac{2^{-x}}{\ln x^2}$;

b) $f(x) = \lg(x\sqrt[3]{x} + 2x^{-1})^5$.

3. Pagal funkcijos f grafiko eskizą (8 pav.) nubraižykite funkcijos f' grafiko eskizą.



1. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{e^{-x}}$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Raskite ritinio aukštinės ir pagrindo spindulio santykį, kai tam tikro tūrio ritinio visas paviršius yra mažiausias.

1. Raskite funkcijos $f(x) = e^x \cdot \sin x$ pirmąją funkciją, naudodamiesi funkcijų $e^x \sin x$ ir $e^x \cos x$ išvestinių formulėmis.

2. Apskaičiuokite

$$\int_{-2}^4 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2} dx.$$

3. Įrodykite, kad lyginei funkcijai teisinga lygybė

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^a f(x) dx.$$

1. Išspręskite lygtis:

a) $\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \dots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5,5;$

b) $(\sin x - \cos x)^2 + \operatorname{tg} x = 2 \sin^2 x.$

2. Išspręskite nelygybes:

a) $3^{\lg x+2} < 3^{\lg x^2-5} - 2;$ b) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x} > \frac{1}{\sqrt{3}}.$

1. Išspręskite lygtį $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3} = 0.$

2. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x - y + z - u = 2, \\ x + 2y - 2z - u = 5, \\ -3x + 2y + 5z + u = -3, \\ 2x - z - u = 4. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{xy+21} = 13, \\ \sqrt[4]{x+y} + \sqrt[4]{xy+21} = 5, \\ xy > 0. \end{cases}$$

Ištirkite funkciją $f(x) = -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = -2.$

1. Raskite diferencialinės lygties $y'' = -0,25y$ sprendinius, kurie tenkintų sąlygas:

$$y(0) = \frac{3}{2}; \quad y'(0) = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

2. Parašykite diferencialinę lygtį, kurios sprendinys yra funkcija $y = 4^{3x}.$

3. Kūnas nurieda per 3 s 45 m, o per 6 s — 90 m. Parašykite kūno judėjimo lygtį, jeigu žinoma, kad kūno greitis proporcingas nueitam keliui.

8 variantas

1. Harmoninių svyravimų $x_1(t) = \cos 3t$ ir $x_2(t) = \cos\left(3t - \frac{3\pi}{4}\right)$ sumą išreikškite harmoniniu svyravimu.

2. Harmoninio svyravimo amplitudė lygi 2, dažnis lygus $\sqrt{5}$, o pradinė koordinatė $x(0)$ lygi 2. Koks šio svyravimo pradinis greitis $x'(0)$?

9 paveiksle pavaizduotas funkcijos $h(x) = \cos 2x$ grafikas intervale $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$. Atsakykite į šiuos klausimus:

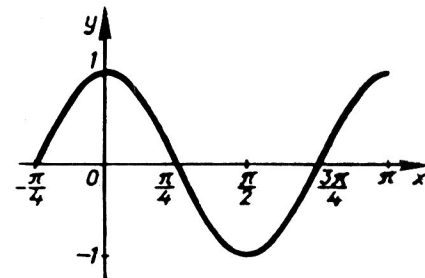
1. Kokios kintamojo x reikšmių, su kuriomis $h(x) = 0$, $h(x) \leq 0$, $h(x) \geq 0$, aibės?

2) Nurodykite x reikšmes (jeigu jos egzistuoja), su kuriomis funkcija įgyja maksimumą arba minimumą.

3) Kokie funkcijos h mažėjimo (didėjimo) intervalai?

4) Kokiam funkcijos h apibrėžimo srities intervale ši funkcija didėja (mažėja) ir įgyja visas savo reikšmes?

5) Ar funkcija h yra apgręžiama?



9 pav.

S-50

1. Apskaičiuokite: a) $\cos(\arcsin(-0,96))$; b) $\arccos(\cos 10)$.
 2. Įrodykite tapatybę $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}$.

S-51

- Išspręskite lygtis: a) $4 \sin x \cos x = -\sqrt{3}$;
 b) $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 5x} = -1$; c) $\left| \sin \left(9x + \frac{\pi}{7} \right) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

S-52

Išspręskite nelygybes:

$$\text{a) } \frac{\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} \left(x - \frac{2\pi}{7} \right)}{1 + \operatorname{tg} 3x \operatorname{tg} \left(x - \frac{2\pi}{7} \right)} > \sqrt{3}; \quad \text{b) } \cos^2 x \leq \frac{1}{2}.$$

S-53

Išspręskite lygtis:

$$\text{a) } 2 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) + 1 = 0; \quad \text{b) } \sin 2x - \sin 3x = 0.$$

S-54

Įrodykite tapatybes:

$$\text{a) } \sqrt{\operatorname{tg} x + \sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x} = 2 \sqrt{\operatorname{tg} x} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right), \quad \text{kai} \\ 0 < x < \frac{\pi}{2}; \quad \text{b) } \operatorname{tg} 2\beta - 2 \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{tg} 2\beta.$$

S-55

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = x^3 |x|$ yra funkcijos $f(x) = 4x^2 |x|$ pirmąją funkcija intervale $]-\infty; \infty[$.

2. Raskite funkcijos $f(x)$ pirmąją funkcijas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x^2}{2 \sqrt{x^3 + 1}}; \quad \text{b) } f(x) = \sin^2 x.$$

S-56

Raskite funkcijų $f(x)$ ir $g(x)$ pirmąją funkcijas, naudodamiesi funkcijos $x \sin x$ išvestinės formule:

$$\text{a) } f(x) = \frac{2}{\sin^2(x+1)} + 3 \cos(3-4x) + 1; \quad \text{b) } g(x) = x \cos x - \sqrt{1+2x}.$$

S-57

1. Apskaičiuokite integralą

$$\int_0^1 (1+2x)^4 dx.$$

$$2^*. \text{ Raskite } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

S-58

Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

$$\text{a) } y = \begin{cases} x+2, & \text{kai } -2 \leq x \leq 0, \\ 2 \cos x, & \text{kai } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{ir } y=0;$$

$$\text{b) } y = \sqrt[3]{x^2}, \quad y=0, \quad x=-1, \quad x=-8.$$

S-59*

Pusrutulio formos akvariumas, kurio spindulys r , pripildytas vandens. Nustatykite, kokia jėga vanduo slekia akvariumo „sienelės“.

S-60*

Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \int_1^{1.5} (1-2x)^7 dx; \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{24}} \left(\cos^2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin^2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right) dx.$$

S-61

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos $y = 3^{2-x}$ grafiką.
2. Išspręskite lygtį $4 \cdot 9^{1,5x-1} - 27^{x-1} = 33$.
3. Išspręskite nelygybę $2^{|x-1|} > 4^x$.

S-62

1. Nubraižykite funkcijos $y = 3^{\log_3(x^2-4x+3)}$ grafiką.
2. Suprastinkite reiškini

$$\left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2} + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

3. Žinoma, kad $\lg 2 = a$, $\log_2 7 = b$. Raskite $\lg 56$.

S-63

1. Išspręskite lygtį $0,5 \lg(8-x) = \lg(1+\sqrt{x+5})$.
2. Išspręskite nelygybę $\log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} \geq 1,5$.

S-64

1. Raskite funkcijos $f(x) = x \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{x^2-x}$ maksimumus.
2. Raskite pirmąją funkciją funkcijos $h(x) = 0,5^{1-3x}$, kurios grafikas eina per tašką $M(-1; 1)$.

$$3. \text{ Apskaičiuokite } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x e^{\cos x} dx.$$

S-65

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę;
 - a) $f(x) = \log_2^2(x^2 - \sin x)$;
 - b) $f(x) = \ln \cos \frac{x}{2}$.
2. Parašykite funkcijos $h(x) = \log_{0,5} x + \lg(3-2x)$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = 0,5$.
3. Raskite funkcijos $y = 1,5 \lg^2 x + \lg^3 x$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

S-66

1. Apskaičiuokite linių $y = \frac{4}{x}$, $x+y=5$ apribotos figūros plotą.
2. Apskaičiuokite $\int_2^3 \frac{3x^2}{x^3-1} dx$.

S-67

1. Raskite funkcijos $y = (2-x)x^{\sqrt{3}}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.
2. Išspręskite lygtį $\sqrt[3]{1-x} = 1 - \sqrt{x}$.

S-68

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x - y - 3z = 11, \\ 3x + 2y + 4z = 18, \\ -4x + 3y - z = -5. \end{cases}$$

- 2*. Išspręskite lygčių sistemą (m – parametras)

$$\begin{cases} (m-1)x + 2my = -2, \\ 2mx + (m-1)y = m-1. \end{cases}$$

S-69

- Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + y + 4z - u = 0, \\ -3x - 2y + 3z + 2u = 28, \\ -x + 7y - z - 2u = 11, \\ 3x - 6y - 6z + u = 5. \end{cases}$$

S-70

- Išspręskite lygčių sistemą:

$$\text{a) } \begin{cases} x^{y^2-15y+56} = 1, \\ y - x = 5. \end{cases} \quad \text{b)* } \begin{cases} \sin x = \sin 2y, \\ \cos x = \sin y, \\ 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \pi. \end{cases}$$

Koordinatų plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\text{a) } \frac{xy+1}{xy-1} \geq \frac{y+1}{y-1}; \quad \text{b) } \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 + 6x \leq 12, \\ (x-1)y \leq 2, \\ x - 2y \leq 1. \end{cases}$$

Viščiukams skirtą vienos dienos lesalų davinį turi sudaryti ne mažiau kaip 15 vienetų riebalų, 36 vienetai baltymų, 12 vienetų angliavandenių ir 20 vienetų vitaminų. Kombinuotų pašarų masės vienetas, kuris kainuoja 3 rub., šių medžiagų atitinkamai turi 3; 3; 1 ir 2 vienetus, o išspaudų masės vienetas, kuris kainuoja 5 rub., atitinkamai — 1; 4; 2 ir 8 vienetus. Kiek reikia vienai dienai kombinuotų pašarų ir išspaudų, kad viščiukai gautų pakankamai riebalų, baltymų, angliavandenių ir vitaminų ir kad lesalų kaina būtų mažiausia?

1. Patikrinkite lygybę

$$\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}} - \sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}} = \sqrt{20-4\sqrt{5}}.$$

2. Inde esantis vanduo garuoja. Kiek procentų vandens išgaravo per dieną, jeigu po 4 dienų inde liko 48,8% vandens mažiau negu buvo jame, praėjus vienai dienai.

3. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $t=5,2$:

$$\frac{t^2 - t - 6 - (t+3)\sqrt{t^2 - 4}}{t^2 + t - 6 - (t-3)\sqrt{t^2 - 4}}.$$

1. Trikampio kampų sinusai proporcingi skaičiams 12, 35, 37. Apskaičiuokite šio trikampio perimetrą ir plotą, jeigu apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulys lygus 18,5 cm.

2. Išspręskite nelygybių sistemą

$$\begin{cases} x^2 + x + 1 > -2 - 9x - 2x^2, \\ |x| < 4. \end{cases}$$

1. Suprastinkite reiškinį

$$\frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}c^2 - 3b^{\frac{1}{2}}}{(c^2+3)(a^{\frac{1}{3}}+\sqrt{b})} + \frac{\frac{1}{3a^{\frac{1}{3}}}+b^{\frac{1}{2}}c^2}{(c^2-3)(a^{\frac{1}{3}}+\sqrt{b})}.$$

2. Išspręskite lygtį

$$\frac{1}{y^2-1} + \frac{2}{y^2+2} = \frac{2}{y^4-1}.$$

1. Atlikite veiksmus:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{83,5 \cdot 5,77}}{12,223}; \quad \text{b) } 3,44^2 \cdot 14,5^2; \quad \text{c) } \sqrt[3]{35,3^2 \cdot 37,8}.$$

2. Trikampio kraštinių ilgiai 7,8 dm, 5,4 dm ir 3,85 dm. Apskaičiuokite trikampio, panašaus į šį, kraštinių ilgius, kai trumpiausia kraštinė lygi 24 m.

1. Apskaičiuokite, naudodamiesi praktinėmis apytikslio skaičiavimo taisyklėmis: a) $a : b - c : b + a$; b) $a^2 + 2ab + b^2$, kai $a \approx 7,6$; $b \approx 1,4$; $c \approx \approx 0,0139$.

2. Įrodykite, kad dalmens santykinė paklaida yra ne didesnė už dalinio ir daliklio santykinę paklaidų sumą. (Sakykime, kad duomenys teigiami, galima nepaisyti $h_1 h_2$ eilės narių, kai h_1 ir h_2 — absoliučiąjų paklaidų reikšmės, pavyzdžiui: $\frac{h_1}{b-h_2} - \frac{h_1}{b}$.)

1. Daugianarį $2x^4 + 5x^2 + 2$ išskaidykite dauginamaisiais (jeigu tai įmanoma).

2. Su kuriomis parametro b ($b \neq 0$) reikšmėmis kvadratinės lygties $2b^2x^2 - bx - 3 = 0$ abiejų šaknų moduliai ne didesni už vienetą.

3. Apskaičiuokite kvadratinės lygties $x^2 - 2x - 2 = 0$ šaknų ketvirtųjų laipsnių sumą.

1. Aritmetinės progresijos trečiojo ir šeštojo narių sandauga lygi 406. Dalijant šios progresijos dešimtajį narį iš jos ketvirtąjo nario, gaunamas dalmuo 2, o liekana 6. Raskite progresijos pirmąjį narį ir skirtumą.

2*. Apskaičiuokite sumą

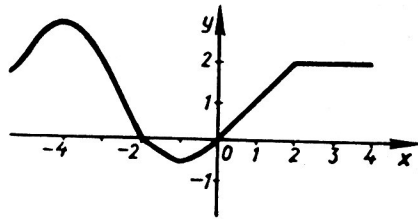
$$1 + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots + n \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}.$$

3*. Raskite ribą:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n+n^3}{3n^2+2} \cdot \frac{4-2n^4+3n^6}{n^{10}-2n}$; b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$.

1*. Raskite ribą:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2+10x+3}{2x^2+7x+3}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$.



10 pav.

2. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \frac{3^{-x}}{e^{\sin x}}$;

b) $f(x) = 2^{(x+1)^u}$.

3. Nubraižykite funkcijos f' grafiko eskizą, naudodamiesi funkcijos f grafiko eskizu (10 pav.).

S-81

1. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{2 \ln^2 x + 3 \ln x}{x}$ didėjimo bei mažėjimo intervalus ir ekstremumus.

2. Raskite kūgio aukštinės ir pagrindo spindulio santykį, kai tam tikro tūrio kūgio šoninis paviršius yra mažiausias.

S-82

1. Raskite funkcijos $f(x) = e^x \cos x$ pirmąją funkciją, taikydami funkcijų $e^x \sin x$ ir $e^x \cos x$ išvestinių formules.

2. Apskaičiuokite $\int_0^4 \sqrt{(4-3x)^3} dx$.

3. Įrodykite, kad nelyginei funkcijai f lygybė

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \quad \text{yra teisinga.}$$

1. Išspręskite lygtis:

a) $(\sqrt{7+\sqrt{48}})^x + (\sqrt{7-\sqrt{48}})^x = 14$;

b) $\operatorname{tg}(x+1) \operatorname{ctg}(2x+3) = 1$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\log_{0,5}(x+3) < \log_{0,25}(x+15)$; b) $0,5\sqrt{3} < 0,5^{\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}} \leq 0,5$.

S-84

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{3x^2-2x+15} + \sqrt{3x^2-2x+8} = 7$.

2. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą

$$\begin{cases} x+y-z+u = -7, \\ -x+y+3z-4u = 9, \\ 2x-3y+3z-8u = 16, \\ x-2y+z-u = 12. \end{cases}$$

3. Išspręskite sistemą

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2, \\ x^2-18=2y(4y-9). \end{cases}$$

S-85

Ištirkite funkciją $f(x) = \frac{x^2+5}{x^2-1}$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine. Parašykite grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0=2$.

S-86*

1. Raskite diferencialinės lygties $y'' = -3y$ sprendinius, kurie tenkintų sąlygas: $y(0) = -2$; $y'(0) = -6$.

2. Parašykite diferencialinę lygtį, kurios sprendinys yra funkcija $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$.

3. Kūnas judėdamas per 5s nueina 15 m, o per 10 s — 60 m.

Parašykite kūno judėjimo lygtį, jeigu žinoma, kad kūno judėjimo greitis proporcingas jo nueitam keliui.

Savarankiški kartojimo darbai (SK) skiriami algebros ir analizės pradžios kursui kartoti. Kartojama, atsižvelgiant į metodines turinio kryptis: skaičiaus sąvokos plėtojimą, funkcijų, tapatybių pertvarkymą, lygčių ir nelygybių sprendimą.

Baigiamajam kartojimui XII klasėje skiriama 19 pamokų. Skiriant savarankiškus kartojimo darbus (SK), šias pamokas rekomenduojama suskirstyti taip: 16 pamokų – išeito kurso kartojimui, 2 pamokos – kontroliniam darbui (K–7) ir dar 1 pamoka kontrolinio darbo rezultatų analizei bei konsultacijai prieš egzaminą.

Lentelėje pateikiami algebros ir analizės pradmenų kurso klausimai per kartojimo pamokas, taip pat mokymo priemonės skyrelių, kuriuose galima rasti pamokai reikiamos teorinės medžiagos, numeriai.

Pamokų Nr.	Per pamoką nagrinėjami klausimai	Mokymo priemonės skyrelių Nr. ¹
1	2	3
1	Skaičių tiesė. Skaičių plokštuma. Koordinačių tiesė. Koordinačių plokštuma. Veiksmai su realiaisiais skaičiais. Aibės koordinačių tiesėje ir koordinačių plokštumoje.	1, 2, 3, 4, 5, 1*
2	Skaitinės funkcijos. Apibrėžimo sritis. Funkcijos reikšmių sritis. Lyginės ir nelyginės funkcijos. Periodinės funkcijos.	9, 34, 35, 31, 32, 63, 64, 68
3	Funkcijos didėjimas ir mažėjimas. Funkcijos kritiniai taškai, jos maksimumai ir minimumai.	16, 26
4–5	Funkcijos ribos taške apibrėžimas. Ribų teoremos. Funkcijų tolydumas. Funkcijų tolydumo taikymas.	11–14, 42, 63, 64
6	Išvestinė. Išvestinių lentelė. Išvestinių skaičiavimo taisyklės. Geometrinė ir fizikinė išvestinės prasmė.	18–21, 23, 24, 42, 43, 65, 67, 68
7	Išvestinės taikymas funkcijoms tirti. Funkcijų grafikų braižymas.	25–27
8	Funkcijos didžiausioji ir mažiausioji reikšmė.	28
9	Pirmąją funkciją. Pirmąją funkcijų lentelė. Pagrindinė pirmąją funkcijos savybė. Pirmąją funkcijų radimo taisyklės. Supratimas apie harmoninių svyravimų diferencialinę lygtį.	50, 56–58, 67
10	Integralas. Niutono–Leibnico formulė. Integralo taikymas plotams skaičiuoti.	59, 60
11–12	Tapatybės. Pagrindinės trigonometrinės, rodiklinės, logaritminės tapatybės. Reiškinių tapatūs pertvarkymai.	7*, 33–41, 63, 64
13–15	Lygtys. Ekvivalenčios lygtys. Lygčių sprendimo būdai.	8*, 52, 54, 63, 64, 69
16	Nelygybės. Funkcijų savybių taikymas, sprendžiant nelygybes.	8*, 63, 64, 68

¹ Kolmogorovas A. ir kt. Algebra ir analizės pradmenys: Mokymo priemonė IX–XI kl. – K., 1986.

* Žvaigždute pažymėti mokymo priemonės skyriaus „Kartojimo medžiaga“ (p. 252–274) skyrelių numeriai.

SAVARANKIŠKI KARTOJIMO DARBAI (SK)

1 variantas

SK—1

1. Žinoma, kad $x=3, 12345\dots$, $y=7,54251\dots$. Raskite sumos $x+y$ du pirmuosius dešimtainius ženklus.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

a) $|x-3|>1$; b) $|x-5|=0,2$.

3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x-y \geq 0, \\ x^2+y^2 \leq 4. \end{cases}$$

SK—2

1. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

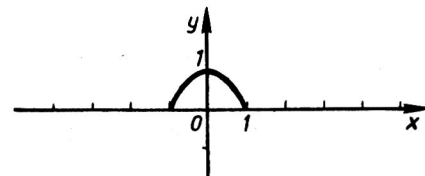
a) $y=\sqrt{3-x}+\lg x$; b) $y=\sqrt{\sin x}$.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės:

a) $y=x^3+x$; b) $y=\sin x+2$;

c) $y=\lg^2 x$.

3. 11 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-1 \leq x \leq 1$. Žinodami, kad funkcijos f periodas lygus 2, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-4 \leq x \leq 4$.



11 pav.

SK—3

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus: a) $y=x+3$;

b) $y=x^2-1$; c) $y=\cos x+2$.

2. Funkcija f didėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Išdėstykite mažėjimo tvarka skaičius: $f(3,1)$; $f\left(3\frac{3}{7}\right)$; $f(\pi)$.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 5x + 2)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

2. Funkcija f tolydi visoje realiųjų skaičių aibėje $\mathbf{R}$. Ji didėja intervale $]-\infty; 1]$ ir mažėja intervale $[1; +\infty[$. Schemiškai nubraižykite šios funkcijos grafiką.

SK—5

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 27} \sqrt[3]{x}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(x-3)(x+2) > 0$; b) $\frac{(x-3)(x+1)}{x-2} \leq 0$.

SK—6

1. Raskite funkcijos y išvestinę:

a) $y = x^6 + 3x^5 - x^3 + 2$; b) $y = \sin x + \sqrt{x}$; c) $y = e^x \cdot x$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = 3x^3 + 5x$ grafiko liestinės lygtį taške $(1; 8)$.

SK—7

1. Ištyrinkite funkcijos $f(x) = x^4 - 32x$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Ištyrinkite funkciją $f(x) = x^3 - 12x + 2$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

SK—8

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9$ reikšmę intervaluose: a) $[1; 3]$; b) $[-1; 1]$.

2. Kokį didžiausią stačiakampio sklypo plotą galima aptverti 50 m ilgio tvora?

SK—9

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = x + \frac{1}{x}$ yra funkcijos $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ pirmąją funkciją intervale $]0; +\infty[$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \sqrt{x} + \sin 2x$ pirmąją funkciją bendrąją išraišką.

3. Raskite funkcijos $f(x) = x^3 + 2$ pirmąją funkciją F tokią, kad $F(2) = 15$.

SK—10

1. Apskaičiuokite:

a) $\int_{-2}^1 (4x^3 + 6x) dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

a) $y = x^3$; $y = 0$; $x = 2$; b) $y = \frac{1}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 3$.

SK—11

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a - b}$; b) $\frac{\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}{\cos \left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha \right)}$.

Apskaičiuokite b) reiškinio reikšmę, kai $\alpha = \frac{5}{4} \pi$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha + 2 \sin \alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}.$$

SK—12

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $25^{\frac{1}{2} \log_5 12} + 7^{2 \log_7 2}$; b) $\frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \cdot \cos (\pi + \alpha)}{\cos^2 (\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{3}{2} \pi - \alpha \right)}$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}.$$

SK—13

Išspręskite lygtis:

- a) $\sqrt{2x^2 + 2x - 3} = x$; b) $\log_2(2x - 3) = \log_2(3x - 5)$;
 c) $1 + \sin 3x = \frac{1}{2}$; d) $2^{2x-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}$.

SK—14

Išspręskite lygtis:

- a) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$; b) $\sin x + \sin 2x = 0$;
 c) $\cos 5x - \cos 3x = 0$; d) $\lg^2 x + \lg x = 0$.

SK—15

Išspręskite lygtis:

- a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$; b) $\lg^2 x - \lg x^2 + 1 = 0$;
 c) $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$; d) $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x + 2 = 0$.

SK—16

Išspręskite nelygybes:

- a) $\sin 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 1$; c) $\frac{\log_{0.5}(5x+3)}{11+19x} \geq 0$;
 d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$.

2 variantas

SK—1

1. Žinoma, kad $x=11,75214\dots$, $y=0,32151\dots$. Nustatykite sumos $x+y$ du pirmuosius dešimtainius ženklus.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

- a) $|x-7| > 2$; b) $|x-3| = 0,3$.

3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

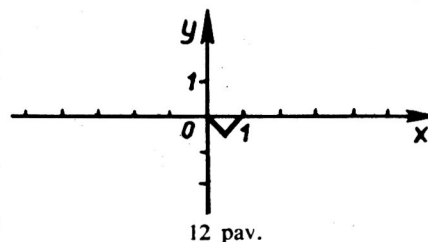
$$\begin{cases} x+y \leq 0, \\ x^2+y^2 \leq 9. \end{cases}$$

SK—2

1. Raskite funkcijos y apibrėžimo sritį: a) $y = \sqrt{1-x} + \ln x$; b) $y = \sqrt{\cos x}$.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės: a) $y = x^2 + x^4$; b) $y = \cos x - x$; c) $y = \operatorname{ctg} x + x$.

3. 12 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $0 \leq x \leq 1$. Žinodami, kad funkcijos periodas lygus 1, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-3 \leq x \leq 2$.



SK—3

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

- a) $y = x - 5$; b) $y = 2 - x^2$; c) $y = \sin x - 3$.

2. Funkcija f didėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Skaičius $f(1,4)$; $f\left(1\frac{3}{7}\right)$; $f(\sqrt{2})$ išdėstykite didėjimo tvarka.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^4 + 2x - 3)$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$.

2. Funkcija f tolydi visoje realiųjų skaičių aibėje R . Ji didėja intervale $[-3; +\infty[$ ir mažėja intervale $]-\infty; -3]$. Schemiškai nubraižykite funkcijos f grafiką.

SK—5

1*. Apskaičiuokite:

- a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin x + \operatorname{tg} x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} 2^x$.

2. Išspręskite nelygybes:

- a) $(x+3)(x-5) < 0$; b) $\frac{(x+1)(x-3)}{x+4} \geq 0$.

SK—6

1. Raskite funkcijos y išvestinę:

a) $y = 3x^7 - x^5 + x^2 - 7$; b) $y = \cos x - \frac{1}{x}$; c) $y = \frac{\ln x}{x}$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = 2x^3 - x^2$ grafiko liestinės lygtį taške $(-1; -3)$.

SK—7

1. Ištyrinkite funkcijos $f(x) = 0,25x^4 - 27x$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.2. Ištyrinkite funkciją $f(x) = 3x - x^3 + 1$ ir nubraižykite jos grafiką, remdamiesi išvestine.

SK—8

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ reikšmę intervaluose: a) $[-1; 1]$; b) $[-3; -1]$.2. Kokio trumpiausio ilgio turi būti tvora, kad ja būtų galima aptverti 400 m^2 ploto stačiakampį sklypą.

SK—9

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = x - \frac{1}{x}$ yra funkcijos $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ pirmąją funkciją intervale $]0; +\infty[$.2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \cos x$ pirmąją funkcijų bendrąją išraišką.3. Raskite tokią funkcijos $f(x) = x^3 - 3x$ pirmąją funkciją F , kad $F(2) = 25$.

SK—10

1. Apskaičiuokite:

a) $\int_{-1}^2 (5x^4 + 6x^2) dx$; b) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$.

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

a) $y = \cos x, y = 0, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; b) $y = x^2, y = 0, x = 4$.

SK—11

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4 - y^4}$; b) $\frac{\sin \alpha - 0,5 \sin(\pi + 2\alpha)}{1 + \cos \alpha}$.

Apskaičiuokite b) reiškinio reikšmę, kai $\alpha = \frac{3}{4}\pi$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

SK—12

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $9^{\log_3 6} \cdot 2^{\frac{1}{2} \log_2 16}$; b) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)}$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha}.$$

SK—13

Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{x+1} = 1-x$; b) $\lg(2x-3) = \lg(3x-2)$;

c) $\cos^2 x + \cos x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$; d) $(0,2)^{3x-4} = 5^{2-5x}$

SK—14

Išspręskite lygtis:

a) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$; b) $\cos^2 x = 2 \cos x$;

c) $\sin 7x - \sin 3x = 0$; d) $\lg^2 x - \lg x = 0$.

SK—15

Išspręskite lygtis:

a) $8 \cdot 2^{2x} + 14 \cdot 2^x - 4 = 0$; b) $\log_2^2 x - 2 \log_2 x^2 = -3$;

c) $8 \sin^2 x - 2 \cos x = 5$; d) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$.

SK—16

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos 2x > \frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$;

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x - 2) < -1$; d) $(0,4)^2 > (0,4)^{\log_{0,4}(3-2x)}$

SK—1

1. Žinoma, kad $x=7,213605\dots$, $y=2,173541\dots$. Nustatykite sandaugos xy tris reikšminius skaitmenis.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

a) $|x+7| \leq 0,5$; b) $|x-3| = |x+2|$.

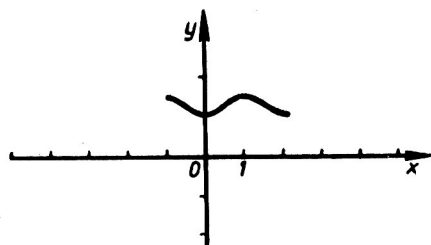
3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 9, \\ x^2 - y \geq 0. \end{cases}$$

SK—2

1. Raskite funkcijos y apibrėžimo sritį:

a) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 15} + \lg(-x)$; b) $y = \frac{1}{\sqrt{\lg x - 1}}$.



13 pav.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės: a) $y=x^3-x^2$; b) $y=\lg^2 x+2$; c) $y=\sin^3 x - \sin x$.

3. 13 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-1 \leq x \leq 2$. Žinodami, kad funkcijos periodas lygus 2, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-4 \leq x \leq 6$.

SK—3

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, funkcijų reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y=5x+4$; b) $y=2x^2-1$; c) $y=2 \sin x$.

2. Funkcija f didėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Skaičius $f(15,1)$; $f\left(15 \frac{1}{11}\right)$; $f(15, (1))$; $f(3\pi)$ išdėstykite didėjimo tvarka.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+5x-7}{2x^2+3x-1}$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-3}{x^2-9} + 5x \right)$

2. Funkcija f yra netolydi taške

$$x=3, \lim_{x \rightarrow 3} f(x)=5, f(3)=4.$$

Schemiškai nubraižykite šios funkcijos grafiką.

SK—5

1. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin x \cdot \cos x$; b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x})^2}{\sqrt{x}}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(x-7)(3-x)(x^2-9) > 0$; b) $\frac{(x-5)^2(x+3)}{\sqrt{x-2}} \geq 0$.

SK—6

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

a) $y=x^7+x^2(x^3-4)$; b) $y=\lg 3x+2\sqrt[3]{x}$; c) $y=2^x \cdot \cos^2 x$.

2. Parašykite funkcijos $f(x)=\frac{2}{3}x^3+x$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y=x-5$, lygtį.

SK—7

1. Ištirkite funkcijos $f(x)=x^4-4x^3+2$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Ištirkite funkciją $f(x)=-x^4+2x^3+2$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

SK—8

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x)=x^4-2\frac{2}{3}x^3+2$ reikšmę intervale: a) $[-1; 3]$; b) $]0; 4[$.

2. Taisyklingos trikampės priзмės pagrindo kraštinės ir šoninės briaunos ilgių suma lygi 3 m. Apskaičiuokite priзмės didžiausią tūrį.

SK—9

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = \cos x^3$ yra funkcijos $f(x) = -3x^2 \sin x^3$ pirmą kartą funkcija visoje realiųjų skaičių aibėje $\mathbf{R}$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-2x}} + \sin 3x$ pirmą kartą funkcijų bendrąją išraišką.

3. Raskite funkcijos $f(x) = \sqrt{5x-1}$ pirmą kartą funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(1; 2)$.

SK—10

1. Apskaičiuokite:

$$a) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}; \quad b) \int_{-3}^2 \frac{2ax}{3-x}.$$

2. Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

$$a) y = 6x - x^2, y = 0; \quad b) y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2.$$

SK—11

1. Suprastinkite reiškinius:

$$a) \left(\frac{b^2}{a} - a \right) : \left(\frac{b^2(b^2+1) - a^2(a^2-1)}{a^2+b^2} - 1 \right);$$

$$b) \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 - \cos^2 \alpha}.$$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{1-2\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha.$$

SK—12

1. Suprastinkite reiškinius:

$$a) \lg(25^{\lg_5 0,8} + 9^{\lg_3 0,6}); \quad b) \frac{\sin(x-\pi) \cdot \cos(x-2\pi) \cdot \sin(2\pi-x)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \cdot \operatorname{ctg}(\pi-x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}.$$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1 + \sin \alpha.$$

SK—13

Išspręskite lygtis:

$$a) \sqrt{x^2 - 5x + 4} = x - 3; \quad b) \log_2(2x-1) + \log_2(x+5) = \log_2 13;$$

$$c) \operatorname{tg} x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0; \quad d) (0,25)^{x^2-4} = 2^{x^2+1}.$$

SK—14

Išspręskite lygtis:

$$a) 3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 17; \quad b) \sin^3 x - \sin x = 0;$$

$$c) \sin 6x + \sin 2x = \sin 4x; \quad d) \log_3(2x-5)^{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}.$$

SK—15

Išspręskite lygtis:

$$a) 4^x - 3 \cdot 2^x = 4; \quad b) 3^{\log_2^2 x - \log_2 x} = \left(\frac{1}{27} \right)^{\log_2 \frac{1}{x}};$$

$$c) 2 - \cos 2x - 3 \sin x = 0; \quad d) 3 \sin^2 x + \cos^2 x = 4 \sin x \cdot \cos x.$$

SK—16

Išspręskite nelygybes:

$$a) \sin x \cdot \cos 2x > \cos x \cdot \sin 2x + \frac{1}{2}; \quad b) \operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \geq \sqrt{3};$$

$$c) \lg(x^2 - x) \leq \lg(3x - 3); \quad d) \left(\frac{1}{3} \right)^{x^2+4x-3} \geq 9^{2x-4}$$

4 variantas

SK—1

1. Žinoma, kad $x = 9,35613\dots$, $y = 2,27321\dots$. Nustatykite sumos $x+y$ du pirmuosius dešimtainius ženklus.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

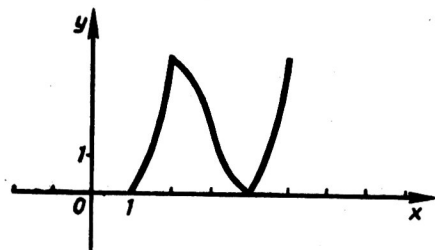
$$a) |2x-6| \geq 0,3; \quad b) |x-1| = |x+3|.$$

3. Koordinatų plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ x^2 - y \geq 0. \end{cases}$$

1. Raskite funkcijos y apibrėžimo sritį:

a) $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + \ln(x + 5)$; b) $y = \sqrt{2 \sin x - 1}$.



14 pav.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės: a) $y = x^4 + x^5$; b) $y = \cos x + x^2$; c) $y = \sin^2 x + \lg x$.

3. 14 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $1 \leq x \leq 5$. Žinodami, kad funkcijos periodas lygus 3, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $0 \leq x \leq 7$.

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y = 3x - 5$; b) $y = 1 - 2x^2$; c) $y = \frac{1}{2} \cos x$.

2. Funkcija f didėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Skaičius $f(2,7)$; $f(2\frac{4}{7})$; $f(e)$; $f(2, (7))$ išdėstykite mažėjimo tvarka.

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 3x^3 + 2}{x^5 - x + 1}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} + 2x^3 \right)$.

2. Funkcija f yra tolydi taške $x = 1$ ir $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$. Schemiškai nubraižykite šios funkcijos grafiką.

1. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\cos^2 x - \sin^2 x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x} \sqrt[3]{x})^3}{x}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(x + 3)(x - 4)(16 - x^2) > 0$; b) $\frac{(x - 7)^2 (x + 1)}{\sqrt{x + 5}} \geq 0$.

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

a) $y = x^5 - x(x^3 + 7)$; b) $y = \operatorname{ctg} 2x + \sqrt{x^3}$; c) $y = \frac{\log_5 x}{\sin^2 x}$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = x^3 + 3x$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y = 3x + 2$, lygtį.

1. Ištirkite funkcijos $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Ištirkite funkciją $f(x) = x^4 - 2x^3$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = 3x^5 - 20x^3 + 2$ reikšmę intervaluose: a) $[-1; 3]$; b) $]-2; 0[$.

2. Ritinio ašinio pjūvio perimetras lygus 6 cm. Apskaičiuokite didžiausią ritinio tūrį.

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = \sin x^3$ yra funkcijos $f(x) = 3x^2 \cos x^3$ pirmykštė funkcija visoje realiųjų skaičių aibėje R .

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{1}{2x} - \sqrt{3x - 1}$ pirmykščių funkcijų bendrąją išraišką.

3. Raskite funkcijos $f(x) = \cos 3x$ pirmykštę funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M\left(\frac{\pi}{6}; 2\right)$.

1. Apskaičiuokite:

a) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$; b) $\int_{-2}^0 \frac{3dx}{5 + 2x}$.

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

a) $y = 3x - x^2$, $y = 0$; b) $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = -2$.

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{a-x}{a^{0,5}-x^{0,5}} - \frac{a^{1,5}-x^{1,5}}{a-x}$; b) $\frac{1-\sin^2 \alpha}{1-\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)} = 1.$$

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\log_5 \left(49^{\log_7 2} + (0, (2))^0 \right)$;

b) $\frac{\sin(\pi+x) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) \cdot \operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi+x)}$.

2. Įrodykite tapatybę

$$1 + \cos \alpha = \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Išspręskite lygtis:

a) $\frac{x+3}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{3x+1}$; b) $\log_2(x^2+8) - \log_2(x-1) = \log_{0,5} \frac{1}{8}$;

c) $\cos 3x \cdot \operatorname{tg} x = 0$; d) $2^{2x-6} = 16\sqrt{2}$.

Išspręskite lygtis:

a) $7^{x+2} + 3 \cdot 7^{x-1} = 346$; b) $3 \sin 2x - 2 \cos x = 0$;

c) $\cos 5x - \cos x = \sin 3x$; d) $\log_3^2(4x+2) = \log_3(x+0,5) + \log_3 4$.

Išspręskite lygtis:

a) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3$; b) $3^{\log_2^2 x - \log_2 x^6} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_2 \frac{1}{x} + 4,5}$;

c) $3 \sin x + \cos 2x = -1$; d) $\sin^2 x + \frac{3}{2} \cos^2 x = \frac{5}{2} \sin x \cdot \cos x$.

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos^2 x + \frac{1}{2} > \sin^2 x$; b) $\frac{1}{\operatorname{ctg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} \geq \sqrt{3}$;

c) $\lg(x^2+2) \geq \lg(3x-7)$; d) $x^2 \cdot 3^x - 3^{x+1} \leq 0$.

1. Žinoma, kad $x=3,125403\dots$, $y=1,153404\dots$. Raskite sandaugos xy tris reikšminius skaitmenis.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

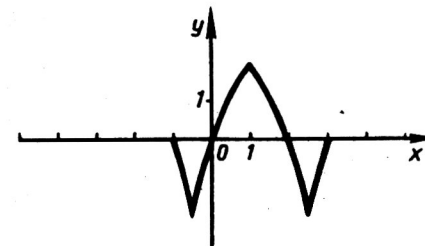
a) $|x+6| \geq 0,7$; b) $|x-7| = |x+5|$

3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ y \geq \frac{1}{x}. \end{cases}$$

1. Raskite funkcijos y apibrėžimo sritį:

a) $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8} + \log_3(5-x)$; b) $y = \sqrt{2 \cos x - \sqrt{3}}$.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės: a) $y=x^3+x^2$; b) $y=3-\operatorname{ctg}^3 x$; c) $y=\sin^2 x + \cos x$.3. 15 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-1 \leq x \leq 3$. Žinodami, kad funkcijos periodas lygus 3, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-4 \leq x \leq 5$.

15 pav.

SK—3

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y = \frac{2}{x}$; b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$; c) $y = 2 \cos x$.

2. Funkcija f mažėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Skaičius $f(5,5)$; $f(2e)$; $f(5,(5))$; $f\left(5\frac{3}{7}\right)$ surašykite mažėjimo tvarka.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x^2 + 3}{x^2 + 2x - 3}$; b) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x+2}{x^2-4} - x^3 \right)$

2. Funkcija f yra netolydi taške $x = -1$, neturi ribos šiame taške ir $f(-1) = 2$. Schemiškai nubraižykite funkcijos f grafiką.

SK—5

1. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x (1 + \operatorname{tg}^2 x))$; b) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(x+2)(x-3)(4-x^2) < 0$; b) $\frac{(x+5)(x-3)^2}{\sqrt{x-9}} \geq 0$.

SK—6

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

a) $y = \frac{x^2 + 5x}{2x - 7}$; b) $y = \sin x + \sqrt{2x - 1}$; c) $y = 3^x \cdot \operatorname{tg}^2 x$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = 3x^4 - 8x$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y = 4x - 7$, lygtį.

SK—7

1. Ištirkite funkcijos $f(x) = x^6 - 3x^2$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Ištirkite funkciją $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

SK—8

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 3$ reikšmę intervaluose: a) $[-1; 2]$; b) $] -2; 1[$.

2. Skaičių $a > 1$ išreikškite dviejų teigiamų dėmenų suma taip, kad pirmojo dėmens ir skaičiaus, atvirkštinio antrajam dėmeniui, skirtumas būtų didžiausias.

SK—9

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = x - \ln x^3$ yra funkcijos $f(x) = \frac{x-3}{x}$ pirmąją funkciją intervale $]0; +\infty[$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{1}{\cos^2 3x} + \sqrt{3-x}$ pirmąsias funkcijas bendrąją išraišką.

3. Raskite funkcijos $f(x) = \frac{1}{5-x}$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(6; 3)$.

SK—10

1. Apskaičiuokite:

a) $\int_0^4 x^2 \sqrt{x} dx$; b) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{3}} 2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) dx$.

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

a) $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 9$;

b) $y = x + 6$, $y = x^2 + 2x + 4$, $x = 1$, $y = 0$.

SK—11

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $(x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}) \cdot (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}) (x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}} y^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{3}})$;

b) $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$;

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \cdot \sin \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $36^{\log_5 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_5 36}$; b) $\frac{\cos \alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin \alpha + 2 \cos 3\alpha - \sin 5\alpha}$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi-2\alpha)} \cdot (\cos \alpha + \sin(\pi-\alpha)) = 1.$$

Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{x^2+3x-3} = 2x-3$;

b) $\log_2(x-3) + \log_2(13+x) = 3 \log_{0.5} 0,125$;

c) $\sin x \cdot \sin 2x + 2 \cos^3 x = \sqrt{3}$; d) $\sqrt[3]{9^{3x-1}} = \sqrt[3]{81^{x+1}}$.

Išspręskite lygtis:

a) $5^x + 3 \cdot 5^{x-1} + 2 \cdot 5^{x-2} = 42$; b) $\cos^3 x + \cos x = 0$;

c) $\sin 4x - \sin 2x = \sin x$; d) $\lg^2(2x-1) = \lg(x-0,5) + \lg 2$.

Išspręskite lygtis:

a) $2^x + 12 \cdot 2^{-x} = 9,5$; b) $5^{\log_5^2 x - \log_5 x^2} = \frac{1}{25}$;

c) $\lg x + 3 = 4 \operatorname{ctg} x$; d) $4(\sin^2 x - \cos^2 x) = 3 \sin 2x$.

Išspręskite nelygybes:

a) $-\sin 2x \cdot \sin 3x + \frac{1}{2} < \cos 2x \cdot \cos 3x$; b) $\operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$;

c) $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$; d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+5x} > 25^{-3}$.

1. Žinoma, kad $x=5,317304\dots$, $y=2,172513\dots$. Raskite sumos $x+y$ du pirmuosius dešimtainius ženklus.

2. Išspręskite lygtį ir nelygybę:

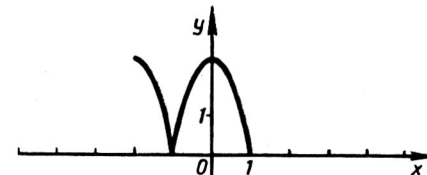
a) $|3x-9| \leq 0,6$; b) $|x-2| = |x+1|$.

3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 16, \\ y \leq \frac{2}{x}. \end{cases}$$

1. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

a) $y = \sqrt{x^2 - 6x - 7} + \log_3(-x)$; b) $y = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg} x + 1}}$.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės: a) $y=x^5+x^7$; b) $y=\operatorname{ctg}^2 x + x^4$; c) $y=\cos^2 x - \cos x$.3. 16 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-2 \leq x \leq 1$. Žinodami, kad funkcijos periodas lygus 2, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-4 \leq x \leq 2$.

16 pav

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y = -\frac{1}{x^2}$; b) $y = 1 - \frac{1}{2}x^2$; c) $y = \frac{1}{2}\sin x$.

2. Funkcija f mažėja visoje realiųjų skaičių aibėje $\mathbf{R}$. Skaičius $f(1,7)$; $f(1,(7))$; $f(\sqrt{3})$; $f\left(1\frac{5}{8}\right)$ surašykite mažėjimo tvarka.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x + 4}{2x^2 + x - 5}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x^2 - 9}{x + 3} + x^2 \right).$$

2. Funkcija f yra tolydi taške $x = -2$ ir $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -3$. Schemiškai nubraižykite šios funkcijos grafiką.

SK—5

1. Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x (1 + \operatorname{ctg}^2 x); \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(\sqrt{x} \sqrt[5]{x})^{10}}{x^6}.$$

2. Išspręskite nelygybes:

$$\text{a) } (x - 7)(x + 5)(49 - x^2) > 0; \quad \text{b) } \frac{(x - 6)^2 (x + 4)}{\sqrt{x - 7}} \geq 0.$$

SK—6

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

$$\text{a) } y = \frac{2x^3 - 3x}{x^2 + 1}; \quad \text{b) } y = \operatorname{tg} x + \sqrt[3]{3x - 2}; \quad \text{c) } y = \frac{\log_3 x}{\cos^2 x}.$$

2. Parašykite funkcijos $f(x) = 2x^4 - 6x$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y = 2x + 1$, lygtį.

SK—7

1. Ištrinkite funkcijos $f(x) = 3x^5 - 20x^3$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremum.

2. Ištrinkite funkciją $f(x) = x^6 - 2x^3 + 1$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

SK—8

1. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x) = 4x^5 - 15x^4 + 7$ reikšmę intervaluose: a) $[2; 4]$; b) $[-1; 1]$.

2. Skaičių $a > 1$ išreikškite dviejų teigiamų dėmenų suma taip, kad skaičiaus, atvirkščio pirmajam dėmeniui, ir skaičiaus, priešingo antrajam dėmeniui, suma būtų mažiausia.

SK—9

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = x + \ln x^3$ yra funkcijos $f(x) = \frac{x+3}{x}$ pirmąją funkciją intervale $]0; +\infty[$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{2}{\sin^2 4x} + \frac{1}{2-x}$ pirmąją funkciją bendrąją išraišką.

3. Raskite funkcijos $f(x) = (2x+5)^6$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $M(-2; 3)$.

SK—10

1. Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \int_0^8 x \sqrt{x} dx; \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} 3 \cos \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) dx.$$

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

$$\text{a) } y = 5 - x^2, y = 1; \quad \text{b) } y = \cos 2x, y = 0, -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$$

SK—11

1. Suprastinkite reiškinius:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}; \quad \text{b) } \frac{\sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) + 1}{1 + \operatorname{ctg} \alpha}.$$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 4\alpha.$$

SK—12

1. Suprastinkite reiškinius:

$$\text{a) } \left(81^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \log_8 4 + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2};$$

$$\text{b) } \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) - \sin^2 (\pi - \alpha) \cdot \sin^2 (\pi + \alpha) - \cos^2 (\pi + \alpha) \cdot \cos^2 \left(\frac{3}{2} \pi - \alpha \right).$$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\cos 2x + 5 \cos 3x + \cos 4x}{\sin 2x + 5 \sin 3x + \sin 4x} = \operatorname{ctg} 3x.$$

Išspręskite lygtis:

a) $\frac{x-2}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{x-4}$; b) $\log_{\frac{1}{2}}(3x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(5x+6) = 3 - \log_5 25$;

c) $\frac{\lg x}{\sin 2x} = 0$; d) $0,25 \cdot 2^{x^3} = \sqrt[3]{0,25 \cdot 4^{2x}}$.

Išspręskite lygtis:

a) $7^{x-3} + 7^{x-2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 106$; b) $\cos 2x - \sin 4x = 0$;

c) $\cos 5x + \cos 3x = \cos 4x$; d) $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x-5})^{x-5} = x-5$.

Išspręskite lygtis:

a) $5^x - 0,2^{x-1} = 4$; b) $6^{\log_2^2 x - \log_2 x^4} = \sqrt{\left(\frac{1}{36}\right)^{-5}}$;

c) $\lg x - \sqrt{3} \operatorname{ctg} x + 1 = \sqrt{3}$; d) $\sqrt{3} \sin 2x - 6 \cos^2 x = -3$.

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos^2 x - \frac{1}{2} < \sin^2 x$; b) $\frac{1}{\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} > \frac{\sqrt{3}}{3}$;

c) $\log_{0,3}(x^2 - 5x + 7) > 0$; d) $\left(\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{x^2}}\right)^{x^2-2x} \geq 1$.

7 variantas

1. Žinoma, kad $x=4,233157\dots$, $y=5,783213\dots$. Nustatykite sandaugos xy tris reikšminius skaitmenis.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $|2x+4| > 0,1$; b) $|x-1| > |x+5|$.

3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x+2y \geq 0, \\ xy \leq 1. \end{cases}$$

1. Raskite funkcijos apibrėžimo sritį:

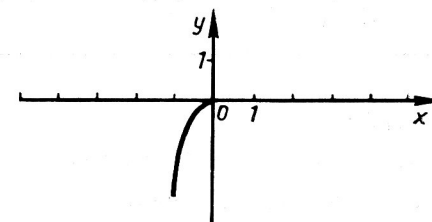
a) $y = \sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \frac{1}{\lg(2-x)}$; b) $y = \sqrt{\sin^2 x - \frac{1}{2}}$.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios nelyginės:

a) $y = \operatorname{tg}^3 x + \sin^5 x$;

b) $y = \cos^3 x - x^5$;

c) $y = \frac{\sin x - x}{\cos x + x^2}$.

3. 17 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-1 \leq x \leq 0$. Žinodami, kad funkcija f yra lyginė ir jos periodas lygus 2, nubraižykite jos grafiką intervale $-3 \leq x \leq 3$.

17 pav.

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y = \frac{1}{x-3}$; b) $y = x^2 - 4x + 5$; c) $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Funkcija f didėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Išspręskite nelygybę $f(x) \geq f(2)$.

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^3 - 8}$; b) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} \right)$.

2. Taškuose $x=1$ ir $x=2$ funkcija f yra netolydi, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $f(1) = 3$, taške $x=2$ šios funkcijos riba neegzistuoja. Schemiškai nubraižykite funkcijos f grafiką.

1. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{\cos 3x + \cos 2x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(5-x)(x+3)^2(x-4)(x^2+5) > 0$; b) $\frac{(x-5)(x+1)^2\sqrt{9-x}}{x-2} \leq 0$.

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

a) $y = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 5x}$; b) $y = \frac{\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}{(3x+5)^2}$; c) $y = \log_5(\cos x)$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + x^2$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y = 4x - 7$, lygtį.

1. Išstirkite funkcijos $f(x) = x^3 \cdot \ln x$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Išstirkite funkciją $f(x) = 10x^6 - 12x^5 - 15x^4 + 20x^3$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

1. Kokiose ribose kinta funkcijos $y = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$ reikšmės, kai $x \in [0; \pi]$?

2. Taisyklingosios piramidės $MABCD$ šoninės sienos plotas lygus 2, o atkarpos CD ilgis gali įgyti bet kokias reikšmes, priklausančias intervalui $[1; 3]$. Apskaičiuokite piramidės viso paviršiaus plotą, kai žinoma, kad atkarpos CD ilgio ir piramidės apotemos suma yra mažiausia.

1. Kokios funkcijos pirmyktė funkcija yra $F(x) = \ln^2 x$? Raskite funkcijos $g(x) = \frac{\ln 2 + \ln x}{x}$ pirmyktę funkciją intervale $]0; +\infty[$.

2. Raskite tokį diferencialinės lygties $f'(x) = \frac{5}{\cos^2 2x}$ sprendinį, kad $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2$.

1. Apskaičiuokite:

a) $\int_1^6 \frac{5dx}{\sqrt{3x-2}}$; b) $\int_{\frac{\pi}{3}}^0 \sin x \cos x dx$.

2. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

a) $y = x^2 - 2x + 2$, $y = -x^2 + 6x + 2$; b) $y = x^2$, $y = 4x - 4$, $x = 0$.

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{x-1}{x+\sqrt{x+1}} \cdot \frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + 2\sqrt{x}$; b) $\frac{1+\cos 3\alpha+\cos 2\alpha+\cos \alpha}{2\cos^2 \alpha+\cos \alpha-1}$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\sin 4\alpha + \cos 4\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

1. Suprastinkite reiškinius:

a) $\left(\frac{a}{a-\sqrt{ab}} - \frac{b}{\sqrt{ab}+b}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$;
b) $\left(\frac{\operatorname{tg}^2 590^\circ}{\cos^2 320^\circ} + \frac{\sin 111^\circ}{\cos 159^\circ}\right) \cdot \left(\frac{\cos 279^\circ}{\sin 549^\circ} + \frac{\operatorname{ctg}^2 950^\circ}{\sin^2 400^\circ}\right)$.

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha.$$

Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-6} = 2$;
b) $\frac{1}{2} \log_2(x-4) + \frac{1}{2} \log_2(2x-1) = \log_2 3$;
c) $4 \cos^3 x + 3 \cos(\pi - x) = 0$;
d) $2^{x^2-6x+9,5} = 16\sqrt{2}$.

Išspręskite lygtis:

a) $\log_2(40-2^x) = x-2$; b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi+x) = 0$;
c) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$; d) $5 \cdot 7^{\lg^2 x-3} + 2 \cdot 7^{\lg^2 x-2} = 133$.

Išspręskite lygtis:

a) $25^{|x+3|} - 0,5 - 2 \cdot 5^{|x+3|-1} - 3 = 0$; b) $2 \lg(\lg x) = \lg(3-2 \lg x)$;
c) $2 \sin^4 x - 5 \cos^2 x = -2$; d) $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 5 \cos^2 x = 2$.

Išspręskite nelygybes:

a) $\cos 4x + \cos 2x < 0$; b) $\operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{3}}$;

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{0,25}(x^2 - 5x - 8)} \leq 2,5$; d) $25^x + 5 < 6 \cdot 5^x$.

8 variantas

SK—1

1. Žinoma, kad $x = 3,1514473\dots$, $y = 2,1785023\dots$. Nustatykite sumos $x + y$ tris pirmuosius dešimtainius ženklus.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $|3x + 9| < 0,6$; b) $|x + 2| < |x + 4|$.

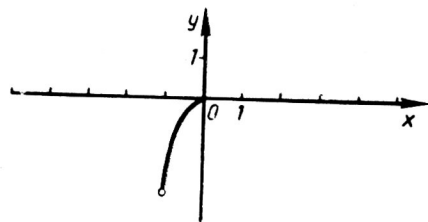
3. Koordinačių plokštumoje pažymėkite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x + 3y \leq 0, \\ xy \geq 3. \end{cases}$$

SK—2

1. Raskite funkcijos y apibrėžimo sritį:

a) $y = \sqrt{4x^2 - 7x - 2} + \sqrt{\lg(-x)}$; b) $y = \sqrt{\cos^2 x - \frac{1}{2}}$.



18 pav.

2. Nustatykite, kurios šių funkcijų yra lyginės, o kurios – nelyginės:

a) $y = \operatorname{ctg}^2 x + \cos^3 x$;

b) $y = x^3 - \sin^4 x$;

c) $y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2 + \cos x}$.

3. 18 paveiksle pavaizduota funkcijos f grafiko dalis intervale $-1 < x \leq 0$. Žinodami, kad funkcija f yra nelyginė ir jos periodas lygus 2, nubraižykite šios funkcijos grafiką intervale $-3 \leq x \leq 3$.

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos y grafiką, nurodykite jos apibrėžimo sritį, reikšmių aibę, didėjimo (mažėjimo) intervalus, ekstremumo taškus, ekstremumo tipus:

a) $y = \frac{2}{x+1}$; b) $y = -x^2 + 6x - 7$; c) $y = \frac{1}{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

2. Funkcija f mažėja visoje realiųjų skaičių aibėje R . Išspręskite nelygybę $f(x) \geq f(1)$.

SK—4

1*. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 9x - 9}{x^3 - 27}$; b) $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{25 - x^2}{x + 5} + \frac{3}{x - 5} \right)$.

2. Taškuose $x = -2$ ir $x = 1$ funkcija f yra netolydi, $\lim_{x \rightarrow -2} (f(x)) = 1$, $f(-2) = 5$, taške $x = 1$ šios funkcijos riba neegzistuoja. Schemiškai nubraižykite funkcijos f grafiką.

SK—5

1. Apskaičiuokite:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{\cos 3x + \cos 5x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{x - 27}$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $(2 - x)(x - 1)^2(x + 5)(x^2 + 3) < 0$;

b) $\frac{(x - 2)^2(x + 1)\sqrt{x + 7}}{x - 3} \geq 0$.

SK—6

1. Apskaičiuokite funkcijos y išvestinę:

a) $y = \frac{1}{(x^5 - 3x^2 + 2x - 1)^3}$;

b) $y = (2x - 3)^3 \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{3} - x\right)$;

c) $y = \log_2(\sin x)$.

2. Parašykite funkcijos $f(x) = x^3 - 5x$ grafiko liestinės, lygiagrečios tiesei $y = 7x - 3$, lygtį.

1. Ištirkite funkcijos $f(x) = x^2 e^{-x}$ didėjimą (mažėjimą) ir ekstremumus.

2. Ištirkite funkciją $f(x) = 5x^6 - 12x^5 - 7,5x^4 + 20x^3 + 8$ ir nubraižykite jos grafiką, naudodamiesi išvestine.

1. Nustatykite funkcijos $y = \sin^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x$ reikšmių sritį, kai $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}\right]$.

2. Ritinio ašinio pjūvio perimetras lygus 8, o pagrindo skersmens ilgis gali įgyti bet kokias reišmes, priklausančias intervalui $[1; 3]$. Apskaičiuokite ritinio, kurio ašinio pjūvio plotas yra didžiausias, šoninio paviršiaus plotą.

1. Kokios funkcijos pirmykštė funkcija yra $F(x) = \sin^3 x$? Raskite funkcijos $g(x) = \frac{3}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$ pirmykštę funkciją.

2. Raskite tokį diferencialinės lygties $f'(x) = \frac{3}{\sin^2 5x}$ sprendinį, kad $f\left(\frac{\pi}{10}\right) = -1$.

1. Apskaičiuokite:

$$\text{a) } \int_7^2 (x+2)\sqrt{2x+4} dx; \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx.$$

2. Apskaičiuokite šių linijų apribotos figūros plotą:

a) $y = -x^2$, $y = 0$, $y = x - 2$;

b) $y = x^3$, $y = -x^2 + 4x + 4$, $x \geq -1$.

1. Suprastinkite reiškini:

a) $\left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}},$

b) $\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}.$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \alpha + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 4} = \operatorname{tg}^4 \frac{\alpha}{2}.$$

1. Suprastinkite reiškini:

a) $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$

b) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha.$

2. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$; b) $\log_3 \log_8 \log_2 (x+9) = \log_3 2 - 1$;

c) $\cos x - \cos 2x - \sin 3x = 0$; d) $0,5x^2 \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}$.

Išspręskite lygtis:

b) $\log_3 (x^2 - 8) \cdot \log_x (5 - x) = 0$; b) $\sin(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$;

c) $\sin^2 6x + \cos^2 x = \cos^2 5x$; d) $x \cdot \lg \sqrt[5]{5^{2x-8}} - \lg 25 = 0$.

Išspręskite lygtis:

- a) $3 \cdot 9^{\sqrt{x^2+3x}} + 9 = 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2+3x}}$;
 b) $2 \log_5(\lg x) = \log_5(10 - 9 \lg x)$;
 c) $8 \cos^4 x + 6 \sin^2 x = 5$;
 d) $6 \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - 5 \cos^2 x = 2$.

Išspręskite nelygybes:

- a) $\sin^2 x > \frac{1}{2}$; b) $\operatorname{ctg} \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) > -1$;
 c) $\log_{0.2}^2(x-1) > 4$; d) $5^{2x+1} - 5^x > 4$.

6 tikrinamasis darbas

(pagal mokymo priemonės III skyriaus § 10–12)

1 variantas

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \sin 3x$; b) $f(x) = \operatorname{tg}(x+1) - \operatorname{ctg}(x+1)$.

2. Kam lygi riba $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$? Kodėl?3. Parašykite harmoninio svyravimo $y = 2 \cos(\sqrt{3}x - 1)$ diferencialinę lygtį.

4. Suprastinkite reiškinių

$$\frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \sin(\pi + \alpha)}{\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}.$$

5. Išdėstykite didėjančia tvarka skaičius $\sin 2$, $\sin 4$, $\sin 6$. Išvardykite pagrindines funkcijos $\sin$ savybes. Nurodykite intervalą, kuriame funkcija $\sin$ yra apgręžiama.

6. Apskaičiuokite:

a) $\operatorname{tg} \sqrt{2} + \operatorname{tg}(-\sqrt{2})$; b) $\operatorname{tg} \frac{22\pi}{7} \operatorname{ctg} \frac{36\pi}{7}$.

Pasakykite pagrindines funkcijos tg savybes. Nurodykite intervalą, kuriame funkcija tg yra apgręžiama.7. Raskite $\arccos(-1)$; $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$. Suformuluokite funkcijos $\arccos$ apibrėžimą. Nurodykite jos apibrėžimo sritį ir reikšmių aibę.

8. Išspręskite lygtis:

a) $\operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{8} \right) = 1$; b) $2 \cos \left(\frac{x}{2} + 1 \right) = 1$.

Parašykite lygties $\sin x = a$ sprendinių radimo formulę.9. Žinoma, kad $\operatorname{tg} \alpha = -2$. Raskite $\sin \alpha$. Kuriame ketvirtyje gali būti α ? Kada $\sin \alpha$ yra teigiamas?10. Išspręskite nelygybes: a) $\operatorname{tg} 2x > 1$; b) $\sin x \leq -1$.

2 variantas

1. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = \cos^2 2x$; b) $f(x) = \operatorname{ctg} \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$.

2. Kam lygi riba $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} 2x$? Kodėl?

3. Parašykite diferencialinės lygties $y'' = -0,25 y$ bendrąjį sprendinį.

4. Nesinaudodami lentelėmis, apskaičiuokite

$$\frac{\sin 157^\circ \cdot \sin 113^\circ}{\operatorname{ctg} 293^\circ} - \cos^2 247^\circ.$$

Parašykite funkcijos $y = \cos 2x$ grafiko liestinės lygtį taške, kurio abscisė $x_0 = \frac{3\pi}{8}$.

Išvardykite pagrindines funkcijos $\cos$ savybes. Nurodykite intervalą, kuriame funkcija $\cos$ yra apgręžiama.

6. Raskite $\arctg(-1)$, $2 \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$. Nurodykite $\arctg$ apibrėžimo sritį ir reikšmių aibę. Paaiškinkite, kodėl $\arctg$ yra nelyginė funkcija.

7. Ar teisingos lygybės:

a) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\pi}{3}$; b) $\arcsin 1 = \frac{3\pi}{2}$?

Nurodykite funkcijos $\arcsin$ apibrėžimo ir reikšmių sritis. Paaiškinkite, kodėl funkcija $\arcsin$ didėja visoje apibrėžimo srityje.

8. Išspręskite lygtis:

a) $4 \sin \left(\frac{x}{2} - 2 \right) = 2$; b) $\operatorname{tg}^2 3x = 3$.

Parašykite lygties $\cos x = a$ sprendinių radimo formulę.

9. Žinoma, kad $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Raskite $\operatorname{ctg} \alpha$. Kuriame ketvirtyje gali būti

α ? Kada $\operatorname{ctg} \alpha$ yra neigiamas?

10. Išspręskite nelygybes: a) $\cos x > 1$; b) $\operatorname{tg} 2x \leq 1$.

7 tikrinamasis darbas

(pagal mokymo priemonės IV skyrių)

1 variantas

1. Ar funkcija $y = 2x^2 - 3$ yra funkcijos $y = 4x$ pirmąją intervalą $[0; 1]$?

Pasakykite pirmąją funkcijos apibrėžimą.

2. Funkcijos $h(x) = x^3 - x$ grafikas eina per tašką $M(0; 0)$. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją.

3. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją:

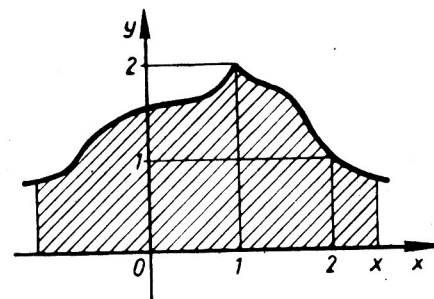
a) $x^2 - 5\sqrt{x}$;

b) $\sin(2x - 3) - \frac{1}{\cos^2 x}$.

4. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą: $y =$

$\cos 5x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{10}$.

5. Kam lygi kintamo ploto $S(x)$ (19 pav.) išvestinė taške 2? taške 1?



19 pav.

6. Apskaičiuokite integralą $\int_1^4 \sqrt{x^3} dx$.

Pasakykite funkcijos $f(x)$ integralo nuo a iki b apibrėžimą.

7*. Raskite funkcijos $\varphi(x) = \int_1^x \sin t^2 dt$ išvestinę.

Parašykite funkcijos $\sin t^2$ pirmąją funkciją, kuri taške 0 įgyja reikšmę 3.

8*. Taško pagreitis (judant tiesė) laiko momentu t lygus $1 + \sin t$. Raskite koordinatę kaip laiko funkciją, kai laiko momentu $t = 0$ koordinatė lygi 1 ir greitis lygus 1 (laikas (t) sekundėmis; mastelio vienetas tiesėje atitinka 1 m).

9*. Parašykite funkcijos $y = x^4$ integralines sumas $\Sigma_n(0; 2)$ intervale $[0; 2]$. Kam lygi $\lim_{n \rightarrow \infty} \Sigma_n(0; 2)$?

10*. Kam lygus darbas, kurį atlieka kintamoji jėga $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$, perkeldama materialų tašką iš taško 0 į tašką 1?

2 variantas

1. Viena funkcijos $f(x)$ pirmąją funkcija intervale $[0; 1]$ lygi $\sin(x^2 - 3)$. Kaip rasti visas funkcijos $f(x)$ pirmąją funkcijas?

Suformuluokite funkcijos pastovumo požymį.

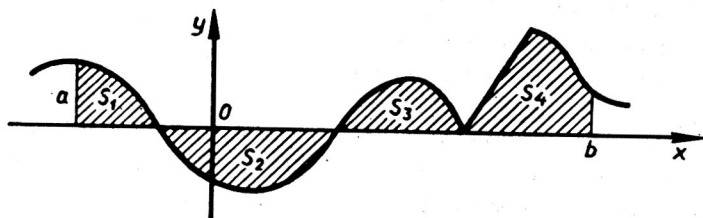
2. Raskite šių funkcijų pirmąją funkciją:

a) $x\sqrt{x} - 3\sqrt{x^2}$; b) $\cos(0,5x - 1) - \frac{1}{\sin^2 x}$.

3. Raskite funkciją $F(x)$, kai $F'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ ir $F(1) = 2$.

4. Raskite kreivių $y = x^2 - 2x + 1$ ir $y = 1$ apribotos figūros plotą. Kokia figūra vadinama kreivine trapecija?

5. Integralą $\int_a^b f(x) dx$ išreikškite plotais S_1, S_2, S_3 ir S_4 (20 pav.).



20. pav.

6. Apskaičiuokite integralą $\int_1^8 \sqrt{x^2} dx$.

Parašykite Niutono–Leibnico formulę.

7*. Sakyme, kad $\varphi(x) = \int_1^x 2t^2 dt$. Raskite: a) $\varphi(1)$; b) $\varphi'(0)$.

Kam lygi integralo su kintama viršutine riba išvestinė?

8*. Materialus taškas juda tiese, o jo greitis laiko momentu t lygus $2t - t^2$. Raskite kelią, kurį taškas nueina nuo $t=0$ iki $t=3$, ir jo pagreitį kelio pabaigoje (t.y., kai $t=3$). Kelias matuojamas metrais, laikas – sekundėmis.

9*. Raskite ribą $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$, kai

$$b_n = \frac{\pi}{n} \left(\sin 0 + \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \frac{\sin (n-1)\pi}{n} \right),$$

apskaičiuoju $\int_0^{\pi} \sin x dx$.

Kodėl $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \int_0^{\pi} \sin x dx$?

10*. Raskite darbą, kurį atlieka kintamoji jėga $f(x) = 3x^2$ (H), perkeldama tiese materialų tašką iš taško $M(1)$ į tašką $M(3)$. Mastelio vienetas tiesėje atitinka 1 m.

8 tikrinamasis darbas

(pagal mokymo priemonės V skyrių)

1 variantas

1. Schemiškai nubraižykite funkcijos $f(x)$ grafiką: a) $f(x) = 2,3^{x-2}$; b) $f(x) = \log_{0,7}(x+2)$.

Su kuriomis a reišmėmis rodiklinė funkcija $y = a^x$ mažėja? didėja?

2. Išspręskite nelygybę $\log_{0,5}(2x-1) < \log_{0,5}(3x-2)$.

3. Raskite funkcijos $f(x) = e^{8x} + \lg(8x)$ išvestinę.

Parašykite skaičiaus e apytikslių reikšmę.

4. Parašykite funkcijos $h(x) = x - \ln x$ grafiko horizontaliosios liestinės lygtį.

5. Žinoma, kad $F'(x) = e^{-3x}$ ir $F(1) = 0$. Raskite $F(x)$.

6. Apskaičiuokite: a) $2^{\log_2 7}$; b) $0,7^{\log_{0,7} 3}$. Suformuluokite logaritminės funkcijos $\log_a$ apibrėžimą.

7. Raskite funkcijos $\ln(x^2 - 8x + 16)$ apibrėžimo sritį.

8*. Raskite diferencialinės lygties $y' = -2y$ sprendinį, kuris taške 0 įgyja reikšmę 0,7.

9. Raskite funkcijos $y = 3^{x^2-3x}$ ekstremumus.

10. Raskite funkcijos $\varphi(x) = x^{\sqrt{6}} - \sqrt{2} x^{\sqrt{3}}$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

Nustatykite funkcijos φ apibrėžimo sritį.

2 variantas

1. Schemiškai pavaizduokite funkcijos y grafiką:

a) $y = 0,7^{x+3}$; b) $y = \log_{2,3}(x-2)$.

Su kuriomis a reikšmėmis logaritminė funkcija $\log_a$ mažėja? didėja?

2. Išspręskite nelygybę $2^{x^2-1} > 4^{x-1}$.

3. Raskite funkcijos $f(x) = 10^{-8x} + \ln(8x)$ išvestinę.

Suformuluokite funkcijos $\ln$ apibrėžimą.

4. Tiesė liečia funkcijos $y = e^x \ln(x+1)$ grafiką taške, kurio abscisė $x=0$. Raskite šios liestinės posvyrio kampo tangentą.

5. Funkcijos $\frac{1}{2x}$ grafikas eina per tašką $M(1; 1)$. Raskite šios funkcijos pirmąją funkciją.

6. Žinoma, kad $\lg 2 \approx 0,3010$ ir $\lg 3 \approx 0,4771$. Apskaičiuokite $\log_3 2$. Kaip apskaičiuojamas $\log_a b$, naudojantis V. Bradžio „Keturiženklėmis matematinėmis lentelėmis“?

7. Raskite funkcijos $y = x^{-\pi} + x^e$ apibrėžimo sritį. Kam lygi šios funkcijos išvestinė?

Su kuriomis p reikšmėmis funkcija $y = x^p$ didėja? mažėja?

8*. Parašykite diferencialinę lygtį, kurios sprendinys yra funkcija $y = 0,5^x$.

9. Nubraižykite funkcijos $y = 2^{-\log_2 x}$ grafiką.

Parašykite pagrindinę logaritminę tapatybę.

10. Raskite funkcijos $f(x) = \ln^4 x - 2 \ln^2 x$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.

9 tikrinamasis darbas

(pagal mokymo priemonės VI skyrių)

1 variantas

1. Ką vadiname lygtimi? lygties šaknimi? Kokias lygtis vadiname ekvivalenčiomis?

2. Ar ekvivalenčios šios sistemos:

$$\begin{cases} (x+y)^2 = 1, \\ x+y = 2x \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} 2x(x+y) = 1, \\ x+y = 2x? \end{cases}$$

Pasakykite lygčių sistemų keitimo joms ekvivalenčiomis sistemomis taisykles.

3. Išspręskite lygčių sistemą kintamųjų eliminavimo būdu:

$$\begin{cases} x+y-z=2, \\ 2x-y+4z=1, \\ -x+6y+z=5. \end{cases}$$

4. Išspręskite sistemą ir pavaizduokite grafiškai:

$$\begin{cases} 3x+5y=-4, \\ -x+3y=6. \end{cases}$$

5. Dviejų tiesinių lygčių su dviem kintamaisiais sistema neturi sprendinių. Ką galima pasakyti apie tieses, kurias apibūdina sistemos lygtys? Pateikite pavyzdžių.

(6–8). Išspręskite lygtis:

6. $\log_2(2x-1) = \log_2(x^2-4x-1)$.

7. $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2+2x+1} = 2$.

8. $0,25^x + 0,5^x = 6$.

9. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \log_2(x+y) = 3, \\ \log_{12}x + \log_{12}y = 1. \end{cases}$$

10. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ x \geq 0, \\ x^2 + (y-4)^2 \geq 16. \end{cases}$$

2 variantas

1. Ką vadiname lygčių sistema? lygčių sistemos sprendiniu? Kokios dvi lygčių sistemos vadinamos ekvivalenčiomis?

2. Ar ekvivalenčios šios lygtys:

$$\frac{x-1}{2y} = 1 \quad \text{ir} \quad x-1 = 2y?$$

3. Išspręskite lygčių sistemą kintamųjų eliminavimo būdu:

$$\begin{cases} -x-2y+z=1, \\ x+y-z=2, \\ 2x+y-2z=9. \end{cases}$$

4. Trijų tiesinių lygčių su dviem kintamaisiais sistema turi vienintelį sprendinį. Ką galime pasakyti apie tieses, kurias apibūdina sistemos lygtys? Pateikite pavyzdžių.

5. Išspręskite lygčių sistemą ir pavaizduokite ją grafiškai:

$$\begin{cases} 2x+6y=-7, \\ 5x+10y=-35. \end{cases}$$

Kiek sprendinių gali turėti dviejų tiesinių lygčių su dviem kintamaisiais sistema? Pateikite pavyzdžių.

6. Išspręskite lygtį $\sqrt{x^2+5x+3} = \sqrt{3x^2+8x+4}$.

Kodėl $x = -1$ nėra lygties šaknis?

(7–8). Išspręskite lygtis:

7. $x^{\log_2 x} = 8x^2$.

8. $3^{1-x} + 3^{x+2} = 28$.

9. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ \lg x + \lg y = \lg 12. \end{cases}$$

10. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite nelygybių sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} y \leq x^2, \\ y \geq 3x-2, \\ y+3x+2 > 0. \end{cases}$$

K-1

1 variantas (20—25 min.)

1. Duota funkcija $f(x) = 3 \sin 2x$. Raskite: a) $f'(x)$; b) $f''(0)$.
2. Parašykite kokį nors (nenulinį) diferencialinės lygties sprendinį.
3. Apskaičiuokite $\arcsin(-0,5) + \arccos(-1)$.
4. Išspręskite lygtį $\sin x = -1$.
- 5*. Įrodykite, kad funkcija $h(x) = -3,2x - \cos^2 x + \sin^2 x$ mažėja visoje skaičių tiesėje.

2 variantas (20—25 min.)

1. Duota funkcija $f(x) = 3 \cos 2x$. Raskite: a) $f'(x)$; b) $f''(0)$.
2. Parašykite kokį nors (nenulinį) diferencialinės lygties $y'' = -49y$ sprendinį.
3. Apskaičiuokite $\arctg(-1) + \arccos(-0,5)$.
4. Išspręskite lygtį $\cos x = -1$.
- 5*. Įrodykite, kad funkcija $h(x) = 2 \sin x \cdot \sin(0,5\pi + x) + 2,5x$ didėja visoje skaičių tiesėje.

3 variantas (20—25 min.)

1. Duota funkcija $f(x) = \tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Raskite: a) $f'(x)$; b) $f''(0)$.
2. Parašykite harmoninio svyravimo $y = 2 \cos(4x - 1)$ diferencialinę lygtį.
3. Apskaičiuokite $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arctg 1$.
4. Išspręskite lygtį $\cos x = \frac{1}{2}$.
- 5*. Išspręskite lygtį $1 + \cos t + \cos 2t + \cos 3t = 0$.

4 variantas (20—25 min.)

1. Duota funkcija $f(x) = \ctg\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Raskite: a) $f'(x)$; b) $f''(0)$.
2. Parašykite harmoninio svyravimo $y = 3 \cos(9x - 2)$ diferencialinę lygtį.
3. Apskaičiuokite $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arctg \sqrt{3}$.
4. Išspręskite lygtį $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 5*. Išspręskite lygtį $\sin t + \sin 2t + \sin 3t + \sin 4t = 0$.

1 variantas

1. Išspręskite lygtis: a) $\tg 2x = -\sqrt{3}$; b) $2 \sin^2 x = 1 - \cos x$.
2. Išspręskite nelygybes: a) $\tg x > 1$; b) $\sin 0,5x \geq -0,5$.
3. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\sin \alpha - \tg \alpha}{\cos \alpha - 1} = \tg \alpha.$$

Iš α reikšmių: $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, 0 išrinkite tas, su kuriomis lygybė neteisinga.

- 4*. Raskite funkcijos $y = \frac{\arcsin 0,5x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ apibrėžimo sritį.

2 variantas

1. Išspręskite lygtis: a) $\tg 3x = -1$; b) $2 \cos^2 x = 1 - \sin x$.
2. Išspręskite nelygybes: a) $\tg x < -1$; b) $\cos 2x \geq -0,5$.
3. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\cos \alpha - \ctg \alpha}{\sin \alpha - 1} = \ctg \alpha.$$

Iš α reikšmių: π , $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ išrinkite tas, su kuriomis lygybė neteisinga.

- 4*. Raskite funkcijos $y = \frac{\arccos(2-x)}{\sqrt{2-x^2}}$ apibrėžimo sritį.

3 variantas

1. Išspręskite lygtis: a) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 3 \sin^2 x$.
2. Išspręskite nelygybes: a) $\sin x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\tg 2x > 1$.
3. Įrodykite tapatybę $\frac{\tg \alpha - \cos^{-1} \alpha}{\cos \alpha - \ctg \alpha} = \tg \alpha \cdot \cos^{-1} \alpha$.

Iš α reikšmių: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ išrinkite tas, su kuriomis lygybė neteisinga.

- 4*. Apskaičiuokite $\arccos(\cos(2 \arctg(\sqrt{2} - 1)))$.

4 variantas

1. Išspręskite lygtis:

a) $\cos 3x = -\frac{1}{2}$; b) $\cos^2 x + 3 \sin x \cos x = 4 \sin^2 x$.

2. Išspręskite nelygybes:

a) $\cos x \geq -\frac{1}{2}$; b) $\operatorname{tg} 3x < \sqrt{3}$.

3. Įrodykite tapatybę

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \sin^{-1} \alpha}{\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin^{-1} \alpha.$$

Iš α reikšmių: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ išrinkite tas, su kuriomis lygybė neteisinga.

4*. Apskaičiuokite $\arcsin \left(\cos \left(2 \operatorname{arccot} (\sqrt{2} - 1) \right) \right)$.

K-3

1 variantas

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = -\frac{1}{x} + 2$ yra funkcijos $f(x) = \frac{1}{x^2}$ pirmąją funkcija intervale $]0; +\infty[$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = -2 \sin x$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $A \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$.

3. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = -x^2 - 2x$ ir $y = 0$ apribotos figūros plotą.

4. Apskaičiuokite $\int_1^4 \left(x + \frac{\sqrt{x}}{x} \right) dx$.

5*. Apskaičiuokite kreivių $y = \cos x$, $y = -\cos x + 1$, $x = -\frac{\pi}{3}$, $x = 0$ apribotos figūros plotą.

2 variantas

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = \frac{2}{x} - 1$ yra funkcijos $f(x) = -\frac{2}{x^2}$ pirmąją funkcija intervale $]0; \infty[$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = 2 \cos x$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $A(-\pi; 0)$.

3. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = -x^2 + 3x$ ir $y = 0$ apribotos figūros plotą.

4. Apskaičiuokite $\int_1^8 \left(2x - \frac{\sqrt[3]{x}}{x} \right) dx$.

5*. Apskaičiuokite kreivių $y = \sin x$, $y = -\sin x + 1$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{2}$ apribotos figūros plotą.

3 variantas

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = -\operatorname{tg} x - 1$ yra funkcijos $f(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ pirmąją funkcija intervale $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $A(-2; 3)$.

3. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = x^2 - 1$ ir $y = 3$ apribotos figūros plotą.

4. Apskaičiuokite $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$.

5*. Apskaičiuokite kreivių $y = \frac{4}{x^2}$, $x = 1$, $y = x - 1$ apribotos figūros plotą.

4 variantas

1. Įrodykite, kad funkcija $F(x) = \operatorname{ctg} x + \sqrt{3}$ yra funkcijos $f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ pirmąją funkcija intervale $]0; \pi[$.

2. Raskite funkcijos $f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką $A(3; -1)$.

3. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = 4 - x^2$ ir $y = 3$ apribotos figūros plotą.

4. Apskaičiuokite $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (1 + \cos 2x) dx$.

5*. Apskaičiuokite kreivių $y = 13 - 4x$ ir $y = \frac{9}{x^2}$ apribotos figūros plotą.

1 variantas

1. Išspręskite lygtis:

a) $8^{-1} \cdot 2^{3x} = 8$; b) $5^x - 7 \cdot 5^{x-2} = 90$.

2. Išspręskite nelygybę $2 \log_2 (3-2x) < 0$.

3. Išspręskite lygtį $\log_2^2 x - \log_2 x = 2$.

4. Išspręskite nelygybę $\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq 27$.

5*. Išspręskite nelygybę $\log_{x^2-3} (4x+7) > 0$.

2 variantas

1. Išspręskite lygtis:

a) $27^{-1} \cdot 3^{3x} = 27$; b) $4^x - 3 \cdot 4^{x-2} = 52$.

2. Išspręskite nelygybę $2 \log_3 (3x-2) < 0$.

3. Išspręskite lygtį $\log_3^2 x + \log_3 x = 2$.

4. Išspręskite nelygybę $\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq 32$.

5*. Išspręskite nelygybę $\log_{x^2-2} (10+7x) > 0$.

3 variantas

1. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{3} \cdot 3^{3x} = \frac{1}{3}$; b) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

2. Išspręskite nelygybę $2 \log_1 (1-2x) \geq 0$.

3. Išspręskite lygtį $\log_2 (x^2 - 2x - 1) = 1$.

4. Išspręskite nelygybę $\left(\frac{1}{25}\right)^x < 5 \sqrt{5}$.

5*. Žinoma, kad $\log_6 15 = a$, $\log_{12} 18 = b$. Raskite $\log_{25} 24$.

4 variantas

1. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{5} \cdot 5^{2x} = \frac{1}{25}$; b) $9^x + 3 \cdot 3^x - 18 = 0$.

2. Išspręskite nelygybę $3 \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) \geq 0$.

3. Išspręskite lygtį $\log_3 (x^2 - 5x + 7) = 1$.

4. Išspręskite nelygybę $\left(\frac{1}{36}\right)^x < 36 \sqrt{6}$.

5*. Žinoma, kad $\log_7 12 = a$ ir $\log_{12} 24 = b$. Raskite $\log_{54} 168$.

1 variantas

1. a) Duota funkcija $f(x) = e^{-x} \cdot \cos x$. Raskite $f'(x)$, $f'(0)$. b) Duota funkcija $\varphi(x) = \frac{\ln(-2x)}{6}$. Raskite $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(-\frac{1}{8}\right)$.2. Apskaičiuokite kreivių $y = \frac{1}{x}$, $x=1$, $x=4$, $y=1$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{3x+1} = x-1$; b) $\log_3 (3x+3) - \log_3 (x-1) = 2$.

4*. Du kūnai juda tiesė. Pirmas kūnas juda pagal dėsnį $f(t) = 4t$, antras – pagal dėsnį $\varphi(t) = 2^{t+1}$. Nurodykite t ($t \in \mathbf{R}$) reikšmes, su kuriomis pirmo kūno greitis didesnis už antro kūno greitį.

2 variantas

1. a) Duota funkcija $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$. Raskite $f'(x)$, $f'(0)$. b) Duota funkcija $\varphi(x) = \frac{\ln(-3x)}{6}$. Raskite $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(-\frac{1}{9}\right)$.2. Apskaičiuokite kreivių $y = \frac{2}{x}$, $x=1$, $x=3$, $y=2$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{2x+1} = x-1$; b) $\log_2 (5x+3) - \log_2 (3x-1) = 2$.

4*. Du kūnai juda tiesė. Pirmas kūnas juda pagal dėsnį $f(t) = 9^{t-1}$, antras – pagal dėsnį $\varphi(t) = 2 \cdot 3^t$. Nurodykite t ($t \in \mathbf{R}$) reikšmes, su kuriomis pirmo kūno greitis mažesnis už antro kūno greitį.

3 variantas

1. a) Duota funkcija $f(x) = 2^x \cdot \cos x$. Raskite $f'(x)$, $f'(0)$. b) Duota funkcija $\varphi(x) = 6 \ln\left(\frac{1}{2}x\right)$. Raskite $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(\frac{1}{2}\right)$.2. Apskaičiuokite kreivių $y = -\frac{1}{x}$, $x=-1$, $x=-3$, $y=1$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{2x-1} = x-2$; b) $2 \log_3 (x+1) - \log_3 (3x+1) = 0$.

4*. Du kūnai juda tiesė. Pirmo kūno greitis momentu t lygus $4t$, o antro kūno greitis lygus $\frac{1}{2} \cdot 2^t$. Momentu $t=0$ abu kūnai yra taške 0. Nurodykite reikšmes $t \in \mathbf{R}$, su kuriomis pirmo kūno koordinatė didesnė už antro kūno koordinatę.

4 variantas

1. a) Duota funkcija $f(x) = 3^x \cdot \sin x$. Raskite $f'(x)$, $f'(0)$. b) Duota funkcija $\varphi(x) = 6 \ln\left(\frac{1}{3}x\right)$. Raskite $\varphi'(x)$, $\varphi'\left(\frac{1}{3}\right)$.

2. Apskaičiuokite kreivių $y = -\frac{2}{x}$, $x = -1$, $x = -4$, $y = 2$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite lygtis:

a) $\sqrt{3x+1} = x-3$; b) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) - 2 \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 0$.

4*. Du kūnai juda tiesė. Pirmo kūno greitis momentu t lygus 9^{t+1} , o antro kūno greitis lygus $\frac{1}{2} \cdot 3^t$. Momentu $t=1$ abu kūnai yra taške 0. Nurodykite reikšmes $t \in \mathbf{R}$, su kuriomis pirmo kūno koordinatė mažesnė už antro kūno koordinatę.

K-6

1 variantas

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x - 2y + z = 5, \\ 2x + y - 3z = -5, \\ 3x + 2y + 4z = 9. \end{cases}$$

2. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 4, \\ x \geq 0, \\ y + x \leq 4. \end{cases}$$

3. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 3^{1+\log_3(x^2+y^2)} = 15, \\ \log_3(x^2 - y^2) - \log_3(x - y) = 0. \end{cases}$$

4*. Išspręskite lygtį $\sqrt{1 - \cos x} = \sin x$, kai $\pi \leq x \leq 3\pi$.

2 variantas

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1, \\ 2x + y + 3z = 5, \\ 3x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

2. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, \\ x \leq 0, \\ y - x \leq 3. \end{cases}$$

3. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 5^{1+\log_5(x^2-y^2)} = 25, \\ \log_5(x^2 - y^2) - \log_5(x + y) = 0. \end{cases}$$

4*. Išspręskite lygtį $\sqrt{1 - \sin x} = \cos x$, kai $0 \leq x \leq \pi$.

3 variantas

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 5, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 8. \end{cases}$$

2. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite sistemos sprendinių aibę:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9, \\ x + y \leq 3, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

3. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 50, \\ \log_5(x^2 - y^2) - \log_5(x + y) = \log_5 3. \end{cases}$$

4*. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 2 \sin x \cdot \sin y + \cos x = 0, \\ 1 + \sin y \cdot \cos x = 2 \cos^2 y \cdot \sin x. \end{cases}$$

4 variantas

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

2. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite sistemos

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ x \geq -1, \\ x - y \leq 4 \end{cases}$$

sprendinių aibę.

3. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 60, \\ \log_6(y^2 - x^2) + \log_6 3 = \log_6(y+x). \end{cases}$$

4*. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \sin y \cdot \cos x + \sin x = 0, \\ 2 \cos^2 y + \sin y \cdot \sin x = \cos 2y \cdot \cos x. \end{cases}$$

K-7

1 variantas (2 pam.)

1. Išspręskite lygtį $1 - \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = \cos^2 x$.

2. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = 6 - x^2$ ir $y = 5$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite nelygybių sistemą

$$\begin{cases} \log_3(2-x) > 1, \\ 2x+3 \geq 0. \end{cases}$$

4. Piramidės MABC pagrindas – statusis lygiašonis trikampis ABC, kurio $\angle C = 90^\circ$; [MA] – piramidės aukštinė; $|MO| = 4\sqrt{3}$ cm, kai O – atkarpos [AB] vidury. Koks turi būti piramidės aukštinės ilgis, kad piramidės tūris būtų didžiausias?

2 variantas (2 pam.)

1. Išspręskite lygtį $1 + \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = \sin^2 x$.

2. Apskaičiuokite (nusibraižę brėžinį) kreivių $y = x^2 + 3$ ir $y = 3$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite nelygybių sistemą

$$\begin{cases} \log_{0,5}(-x+1) \leq -1, \\ x+3 > 0. \end{cases}$$

4. Piramidės MABCD pagrindas – stačiakampis ABCD, kurio $|AB| = 3|BC|$, [MD] – piramidės aukštinė, $|MD| + |BC| = 12$ cm. Koks turi būti atkarpos BC ilgis, kad piramidės tūris būtų didžiausias?

3 variantas (2 pam.)

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \log_2 x - \log_4 y = 0, \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0. \end{cases}$$

2. Išspręskite nelygybes:

$$\text{a) } \frac{x}{2} \leq \frac{3+0,5x^2}{x+1}; \quad \text{b) } \frac{\lg \frac{\pi}{4} + \lg x}{1 - \lg \frac{\pi}{4} \lg x} < \sqrt{3}.$$

3. Tiesė liečia funkcijos $y = 2 \cos 0,5x$ grafiką taške, kurio abscisė $x_0 = 1,5\pi$. Parašykite tos liestinės lygtį.

4. Taisyklingos keturkampės piramidės šoninė siena, kurios plotas nurodytas, pasvirusi į pagrindo plokštumą kampą α . Kokia turi būti α reikšmė, kad piramidės tūris būtų didžiausias?

4 variantas (2 pam.)

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{15}, \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 5. \end{cases}$$

2. Išspręskite nelygybes:

$$\text{a) } \frac{1-0,4x^2}{5-x} \geq \frac{2x}{5}; \quad \text{b) } \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} \geq \frac{1}{2}.$$

3. Tiesė liečia funkcijos $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ grafiką taške, kurio abscisė $x_0 = \frac{3\pi}{2}$. Parašykite tos liestinės lygtį.

4. Taisyklingos trikampės piramidės šoninė briauna, kurios ilgis nurodytas, su pagrindo plokštuma sudaro kampą α . Kokia turi būti α reikšmė, kad piramidės tūris būtų didžiausias?

III skyrius

21. A. Suformuluokite teoremą, apibūdinančią viena kitai atvirkščių funkcijų savybes.

B. Išreikškite formule funkciją g , atvirkštinę funkcijai f :

a) $f(x)=2x+3$; b) $f(x)=x^3$; c) $f(x)=x^2, x \geq 0$; d) $f(x)=x^2, x \leq 0$.

Nurodykite funkcijos g apibrėžimo sritį ir reikšmių aibę.

C. Kokią savybę turi funkcijos g grafikai (žr. B klausimą)?

22. A. Išvardykite atvirkštinės trigonometrines funkcijas, kurias žinote. Nurodykite kiekvienos jų apibrėžimo ir reikšmių sritis, nubraižykite grafiką.

B. Raskite reikšmę (kai būtinai reikia, naudokitės lentelėmis):

a) $\arcsin \frac{1}{2}$; b) $\arcsin 0,87$; c) $\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$;

d) $\arccos 0,3$; e) $\arctg \sqrt{3}$; f) $\arctg (-10)$.

23. A. Parašykite paprasčiausių trigonometrinių lygčių $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$ sprendinių formules.

B. Su kokiais a parašyta lygtis (žr. A klausimą): a) neturi sprendinių; b) intervale $[0; 2\pi[$ turi vieną šaknį; c) intervale $[0; 2\pi[$ turi dvi šaknis?

C. Vienetiniame apskritime nurodykite kampus x , kurie yra lygties sprendiniai:

a) $\sin x=0,7$; b) $\cos x=-\frac{1}{2}$; c) $\operatorname{tg} x=-2$.

Parašykite tos lygties sprendinių formulę.

24. A*. Vienetiniame apskritime nurodykite kampus x , kurie yra nelygybės sprendiniai:

a) $\sin x > \frac{1}{2}$; b) $\cos x \leq \frac{1}{2}$; c) $\sin x < 1$; d) $\operatorname{tg} x \geq 5$.

B. Išspręskite nelygybę:

a) $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\operatorname{tg} x < -1$; c) $\cos 2x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

25. Išspręskite lygtį:

a) $\sin \left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$; b) $\cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\operatorname{tg} (5x - 1) = -1$; d) $2 \sin x + \cos^2 x = 1$;

e) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; f) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$;

g) $5 \cos x + 2 \sin 2x = 0$; h) $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x = -2 \cos^2 x$;

i) $3 \cos x - 4 \sin x = 5$.

26. Išspręskite nelygybę:

a) $\sin \left(3x - \frac{\pi}{12}\right) \leq 0,5$; b) $2 \sin x \cos x \leq -\frac{1}{2}$;

c) $\operatorname{tg} (2x - 1) > -1$; d) $\cos \frac{\pi}{5} \cos x - \sin \frac{\pi}{5} \sin x < \frac{1}{2}$;

e)* $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 3x} < 1$.

27. A. Kokią diferencialinę lygtį vadiname harmoninių svyravimų diferencialine lygtimi? Parašykite šios lygties bendrąjį sprendinį, pasakykite į ją įeinančių parametrų pavadinimus.

B. Harmoninio svyravimo amplitudė 5, dažnis 0,5 ir pradinė fazė $\frac{\pi}{12}$. Parašykite šį svyravimą išreiškiančią funkciją. Parašykite jo diferencialinę lygtį.

C. Patikrinkite, ar funkcija $x = 5 \cos \left(3t - \frac{\pi}{7}\right)$ yra diferencialinės lygties $x'' = -9x$ sprendinys.

D. Parašykite du bet kuriuos diferencialinės lygties $x'' = -\frac{1}{4}x$ sprendinius.

IV skyrius

1. A. Suformuluokite funkcijos f pirmąją funkcijos F nurodytame intervale apibrėžimą.

B. Ar funkcija $\frac{1}{x}$ yra funkcijos $-\frac{1}{x^2}$ pirmąją funkcija intervale:

a) $] -3; -1[$; b) $] -1; 1[$?

C. Ar funkcija F yra funkcijos f pirmąją funkcija nurodytame intervale:

a) $F(x)=x^2-x$, $f(x)=2x-1$, R ; b) $F(x)=3x^2$, $f(x)=x^3$, R ;

c) $F(x)=\operatorname{tg} x$, $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$, $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$;

d) $F(x)=\cos x$, $f(x)=-\sin x$, R ?

2. A. Suformuluokite funkcijos pastovumo požymį.

B. Suformuluokite pagrindinę pirmąją funkcijos savybę. Kokia jos geometrinė prasmė?

3. A. Raskite funkcijos pirmųjų funkcijų bendrąją išraišką:

- a) k (k – konstanta); b) $ax+b$ (a ir b – konstantos);
c) x^a ($a \neq -1$); d) $\sin x$; e) $\cos x$; f) $\frac{1}{\cos^2 x}$; g) $\frac{1}{\sin^2 x}$.

B. Raskite funkcijos f pirmąją funkciją, kuri nurodytame taške įgyja nurodytą reikšmę:

- a) $f(x) = 2x - 3$, $F(1) = 5$; b) $f(x) = \sin x$, $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

C. Raskite funkcijos f pirmąją funkciją, kurios grafikas eina per tašką A :

- a) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 1$, $A = M(0; 2)$;
b) $f(x) = -\sqrt{x+1}$, $A = M(0; -3)$;
c) $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{2}}$, $A = M\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$.

4. A. Suformuluokite tris pirmųjų funkcijų radimo taisykles.

B. Raskite funkcijos pirmųjų funkcijų bendrąją išraišką:

- a) $1 - x - x^2$; b) $\frac{1}{x^2} + 2\sqrt{x}$; c) $\sin 3x - \frac{2}{\cos^2 \frac{x}{2}}$.

5. A. Kokią figūrą vadiname kreivine trapečija? Pateikite kreivinių trapečių pavyzdžių.

B. Suformuluokite kreivinės trapečijos ploto teoremą.

C. Pavaizduokite kreivinę trapečiją ir apskaičiuokite jos plotą:

- a) $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$; b) $y = x^3$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$;
c) $y = (x-1)^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$; d) $y = x^3 - 4x$, $y = 0$, $x \geq 0$.

6. A. Ką vadiname integralu? įtegravimo rėžiais?

B. Parašykite Niutono—Leibnico formulę. Ar ši formulė teisinga, kai:
a) $a < b$; b) $a > b$; c) kai funkcija f nebūtinai yra neneigiama?

C. Apskaičiuokite integralą:

- a) $\int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$; b) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$; c) $\int_1^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$.

7. Apskaičiuokite šių kreivių apribotos figūros plotą:

- a) $y = x^2$, $y = 3x$; b) $y = 6 - x - x^2$, $y = 0$; c) $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

V skyrius

1. A. Suformuluokite laipsnio su racionaliuoju rodikliu apibrėžimą.

B. Su kuriais a laipsnio rodikliais apibrėžiama funkcija a^x ?

C. Išvardykite pagrindines rodiklines funkcijos savybes ir nubraižykite funkcijų $y = 3^x$ ir $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ grafikus.

2. Išspręskite lygtį:

- a) $2^x = \frac{1}{8}$; b) $\sqrt[5]{27^x} = \sqrt[5]{9}$; c) $3^{x+2} - 3^x = 72$;

- d) $0,5^{x^2+x-2,5} = \sqrt{2}$; e) $9^x + 3^{x+1} = 18$;

- f)* $9\sqrt{x+1} + 27 = 12 \cdot 3\sqrt{x+1}$

3. Išspręskite nelygybę:

- a) $3^x < \frac{1}{9}$; b) $\pi^x \geq 1$; c) $0,5^x \leq 2\sqrt{2}$; d)* $4^x + 16 > 10 \cdot 2^x$.

4. A. Suformuluokite logaritminės funkcijos $\log_a x$ apibrėžimą. Su kokiais pagrindais a logaritminė funkcija apibrėžta?

B. Nubraižykite funkcijų $\log_4 x$ ir $\log_{\frac{1}{3}} x$ grafikus.

5. A. Užpildykite lygybių dešiniąsias puses:

- a) $a^{\log_a x} = ?$; b) $\log_a(xy) = ?$; c) $\log_a \frac{x}{y} = ?$;

- d) $\log_a x^y = ?$; e) $\frac{\lg x}{\lg a} = ?$; f) $\log_a a^x = ?$.

Su kuriomis x , y , ir a reikšmėmis šios lygybės teisingos?

B. Apskaičiuokite:

- a) $\log_5 \frac{1}{25}$; b) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8}$; c) $\log_{0,7} 4$; d) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{12}$.

6. Išspręskite lygtį:

- a) $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$; b) $\log_2(x-15) = 4$; c) $0,5^x = 15$;

- d) $\lg(x^2 - 2x - 4) = \lg 11$; e) $\log_3(x^2 - 3x - 1) = 2$;
f) $\lg^2 x + 2 \lg x = 8$.

7. Išspręskite nelygybę:

- a) $\log_{0,3} x > -2$; b) $3^x \leq 7$; c) $\lg(x^2 - x - 2) < 1$;
d) $\lg(x+2) + \lg x > \lg 24$; e) $\log_2^2 x - 3 \log_2 x \leq 10$.

8. A. Ką žinote apie skaičių e ?

B. Naudodamiesi natūrinių logaritmų lentelėmis, apskaičiuokite:

a) $\ln 5$; b) $\ln 63$; c) $\ln 8,4$; d) $\ln 0,29$.

9. A. Raskite funkcijos $f(x)$ išvestinę:

a) $f(x) = 3e^x$; b) $f(x) = e^{1-2x}$; c) $f(x) = 0,2^x$.

B*. Išstirkite funkciją f ir nubraižykite jos grafiką:

a) $f(x) = xe^x$; b) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; c) $f(x) = x^2 e^{-x}$.

10. Parašykite logaritminės funkcijos išvestinės formulę.

11. A. Raskite funkcijos išvestinę:

a) $\log_{0,7} x$; b) $\ln(9-3x)$; c) $\sqrt{x+1} \ln x$; d) $\frac{\ln(x+2)}{x^2+1}$.

B*. Išstirkite funkciją $f(x)$ ir nubraižykite jos grafiką:

a) $f(x) = x \ln x$; b) $f(x) = x - 2 \ln x$; c) $f(x) = \ln^2 x - 2 \ln x$.

12. A. Parašykite laipsninės funkcijos diferencijavimo formulę.

B*. Išveskite šią formulę.

13. Kai sprendžiame iracionaliąsias lygtis, netaikydami sistemų ekvivalentaus pertvarkymo metodo, reikia tikrinti gautas šaknis. Kodėl? Kaip šis patikrinimas atliekamas?

VI skyrius

1. A. Suformuluokite lygties ir lygties sprendinio apibrėžimus.

B. Pateikite pavyzdį lygties su vienu (dviem) kintamaisiais, kuri: a) neturi sprendinių; b) turi tik vieną sprendinį; c) turi be galo daug sprendinių.

C. Nubraižykite lygties dešinėsios ir kairiosios pusės grafikus ir, jais remdamiesi, atsakykite į klausimą: „Kiek sprendinių turi lygtis?“:

a) $|x| = x$; b) $x^2 = \sin x$.

2. A. Suformuluokite dviejų lygčių ekvivalentumo apibrėžimą.

B. Ar ekvivalenčios šios lygtys:

a) $2x-1=0$ ir $2x=1$;

b) $\frac{x^2-2x}{x-2} = 1$ ir $x^2-2x=x-2$;

c) $\sqrt{x} = x-1$ ir $x = x^2-2x+1$?

3. A. Paaiškinkite, ką vadiname lygčių sistema, lygčių sistemos sprendiniu.

B. Išspręskite lygčių sistemą ir pavaizduokite sprendinį koordinačių plokštumoje:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = 0; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y^2 - x^2 = 0; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} y = |x|, \\ y = -x. \end{cases} \end{array}$$

4. A. Kokias lygčių sistemas vadiname ekvivalenčiomis?

B. Suformuluokite lygčių sistemos ekvivalentaus pertvarkymo taisykles.

C. Ar ekvivalenčios šios lygčių sistemos:

$$\text{a) } \begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} y = x + 1, \\ x^2 + (x+1)^2 = 2; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \cos x = 1, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x + 2y^2 = 2, \\ y^2 = 1 - 3x; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x}{y} = 2, \\ x^2 = y^2 + y \end{cases} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x = 2y, \\ x^2 = y^2 + y? \end{cases}$$

5. A. Suformuluokite tiesinės lygties su n kintamųjų apibrėžimą.

B. Išspręskite lygčių sistemą ir nurodykite, kokias sistemų ekvivalentaus pertvarkymo taisykles taikėte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 3x + 5y = 13, \\ x - 3y = -5; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 2, \\ x + 2y + 3z = 3, \\ x + 4y + 9z = 5; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x - y + 2z = 0, \\ x + y - z = 2, \\ x - 5y + 8z = -4. \end{cases} \end{array}$$

6. Išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x + y = -6, \\ xy = 8; \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} y^2 - xy = 12, \\ x^2 - xy = -3; \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 2, \\ xy = 4; \end{cases} \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x = -2 \sin y. \end{cases}$$

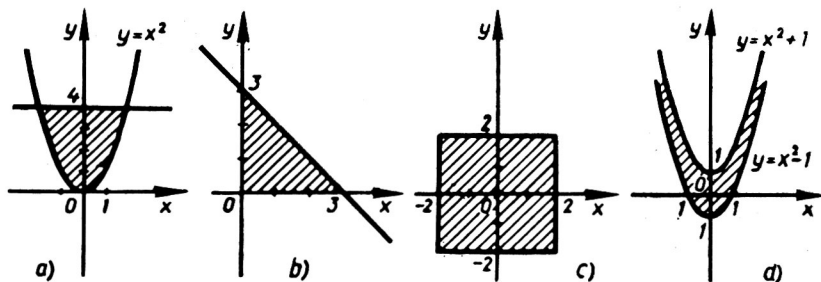
7. A. Suformuluokite nelygybės ir nelygybės sprendinio apibrėžimus.

B. Pateikite pavyzdį nelygybės su vienu (dviem) kintamaisiais, kuri: a) neturi sprendinių; b) turi tik vieną sprendinį; c) turi be galo daug sprendinių.

8. A. Ką vadiname nelygybių sistema, nelygybių sistemos sprendiniu?

B*. Kaip susijusios nelygybių sistemos sprendinių aibė ir sistemą sudarančių nelygybių sprendinių aibės?

9*. Parašykite kokią nors sistemą, kurios sprendinių aibė pavaizduota 21 paveiksle.



21 pav.

VIDURINIO MOKSLO BAIGIMO ALGEBROS IR ANALIZĖS PRADMENŲ EGZAMINO GALIMI VARIANTAI

1 variantas

1. Suprastinkite reiškinį

$$\frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \sin(\pi + \alpha)} + 2 \cos(1,5\pi - \alpha).$$

Parašykite dvi α reikšmes, su kuriomis šis reiškinys neturi prasmės.

2. Išspręskite nelygybę

$$9^x + 3^x > 6.$$

3. Apskaičiuokite kreivių $y = -0,5x^2 + 2$, $y + x = 2$ apribotos figūros plotą.

4. Ištirkite funkcijos $y = 2x \cdot \ln x$ didėjimą, mažėjimą ir ekstremumus.

5. Piramidės $MABCD$ pagrindas kvadratas. $[MB] \perp (ABC)$, $|MD| = 4\sqrt{3}$ cm. Koks turi būti piramidės aukštinės ilgis, kad piramidės tūris būtų didžiausias? Apskaičiuokite šį tūrį.

2 variantas

1. Išspręskite lygtį $\sqrt{3} \cos^2 x - 0,5 \sin 2x = 0$. Nurodykite vieną teigiamą ir vieną neigiamą šios lygties šaknį.

2. Apskaičiuokite kreivių $y = -0,5x^2 + 2x$ ir $y = 0,5x$ apribotos figūros plotą.

3. Išspręskite nelygybę $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) < 3$.

4. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 3^{1+\log_3(x+2y)} = 6x, \\ 3^{x^2-2y} = 90,5x. \end{cases}$$

5. Kūgio ašinio pjūvio perimetras lygus 8 dm. Koks galėtų būti didžiausias šio kūgio tūris?

3 variantas

1. Apskaičiuokite kreivių $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ apribotos figūros plotą.

2. Suprastinkite reiškini

$$\frac{2 \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha + \cos^2 \alpha}.$$

Parašykite aibę α reikšmių, su kuriomis šio reiškinių reikšmė lygi -1

3. Išspręskite lygtį $4 \ln^2 x - \ln x^2 = 2$.

4. Ištirkite funkciją $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ ir nubraižykite jos grafiką.

5. Reikia pagaminti uždara dėžę, kurios pagrindas kvadratas, o dėžės tūris lygus 8 dm^3 . Kokie turi būti dėžės matmenys, kad jos visas paviršius būtų mažiausias?

4 variantas

1. Raskite funkcijos $f(x) = \ln\left(\frac{1}{3}x^2 - 2x\right) + \sqrt{8-x}$ apibrėžimo sritį.

2. Išspręskite nelygybę $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 \geq 0$.

3. Raskite funkcijos $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ pirmąją funkciją.

4. Išspręskite lygtį $\log_4(3x-4) - \log_4(5-x^2) = 0,5$.

5. Taisyklingos šešiakampės prizmės visų briaunų ilgių suma lygi 36 cm . Koks turi būti prizmės pagrindo kraštinės ilgis, kad prizmės tūris būtų didžiausias?

5 variantas

1. Išspręskite lygtį $5 \sin x + 2 \cos x = -2$.

2. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 9, \\ x + 2y + z = 1, \\ 3x + 2y - 4z = -7. \end{cases}$$

3. Apskaičiuokite kreivių $y = x^2$ ir $y = x + 2$ apribotos figūros plotą.

4. Išspręskite nelygybę $\ln(2x-3) < \ln(x+1)$.

5. Rutulio spindulys lygus 10 cm . Į šį rutulį įbrėžtas ritinys. Koks turi būti ritinio pagrindo spindulys ir sudaromoji, kad ritinio šoninio paviršiaus plotas būtų didžiausias?

6 variantas

1. Išspręskite lygtį $5 - 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \cos^2(\pi - x)$. Raskite šios lygties šaknis, priklausančias intervalui $[\pi; 5\pi]$.

2. Išspręskite nelygybę

$$\frac{2 \log_2(3-2x)}{\log_{0,2} 0,1} < 0.$$

3. Tiesė liečia funkcijos $y = \ln(3-2x) - \sin(0,5\pi x)$ grafiką taške, kurio abscisė $x_0 = 1$. Parašykite šios liestinės lygtį.

4. Koordinačių plokštumoje subrūkšniuokite nelygybių sistemos

$$\begin{cases} -2x \leq -2, \\ xy \leq 6, \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

sprendinių aibę ir parašykite tris bet kuriuos šios sistemos sprendinius.

5. Taisyklingos keturkampės piramidės šoninės briaunos ilgis lygus $4\sqrt{3} \text{ cm}$. Piramidės aukštinė gali įgyti tik tokias reikšmes, kurios priklauso atkarpai $[1; 5]$. Raskite didžiausią piramidės tūrį.

7 variantas

1. Apskaičiuokite kreivių $y = x^2$ ir $y = 0,5x^2 + 2$ apribotos figūros plotą.

2. Ištirkite funkcijos $y = \log_{0,3}(6-2x)$ monotoniškumą, naudodamiesi išvestine.

3. Išspręskite lygtį

$$\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) \cdot (1 + \sin x) = 1,5 \sin(x - 9\pi).$$

4. Išspręskite nelygybę

$$16^x - 2 < 4^x.$$

5. Taisyklingos trikampės piramidės pagrindo kraštinė lygi 6 cm , o aukštinė lygi 9 cm . Į šią piramidę įbrėžta taisyklinga trikampė prizmė taip, kad jos viršutinio pagrindo viršūnės yra piramidės šoninėse briaunose, o kito pagrindo viršūnės – piramidės pagrinde. Koks turi būti prizmės aukštinės ilgis, kad prizmės tūris būtų didžiausias?

8 variantas

1. Išspręskite nelygybę $2^{3-x} : 16 < \frac{1}{8} \cdot 4^{0,5+2x}$.

2. Suprastinkite reiškini

$$\frac{\sin^4 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha - \cos^4 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}.$$

Apskaičiuokite reiškinių skaitinę reikšmę, kai $\alpha = -\frac{3\pi}{8}$.

3. Išspręskite lygtį

$$\log_4(\sqrt{59-10x}-1) = 0,5 + \log_4(x-4).$$

4. Apskaičiuokite plotą figūros, kurią riboja parabolė $y=x^2-2x+2$, tiesės $y=0$, $x=0$ ir liestinė, nubrėžta per parabolės tašką, kurio abscisė $x_0=2$.

5. Kūgio pagrindo spindulys lygus 6 cm, o aukštinė lygi 12 cm. Į šį kūgį įbrėžtas didžiausio tūrio ritinys (ritinio pagrindas yra kūgio pagrinde). Apskaičiuokite ritinio aukštinę ir pagrindo spindulį.

MOKOMOSIOS MEDŽIAGOS, ATITINKANČIOS SAVARANKIŠKŲ IR KONTROLINIŲ DARBŲ TURINĮ, RODYKLĘ

S-48 50 sk.
S-49 51 sk.
S-50 51 sk.
S-51 52 sk.
S-52 53 sk.
S-53 54 sk.
S-54 53, 54 sk.
S-55 56, 57 sk.
S-56 58 sk.
S-57 60 sk.
S-58 59, 60 sk.
S-59 61 sk.
S-60* 60 sk.
S-61 63 sk.
S-62 64 sk.
S-63 64 sk.
S-64 65 sk.
S-65 67 sk.
S-66 67 sk.
S-67 68, 69 sk.
S-68 72, 73 sk.
S-69 73 sk.
S-70 74 sk.
S-71 75 sk.
S-72* 76 sk.
S-73 skaičiavimai, proporcijos
S-74 procentai, KM-5*
S-75 pertvarkymai, trupmenos
S-76 logaritminė liniuotė

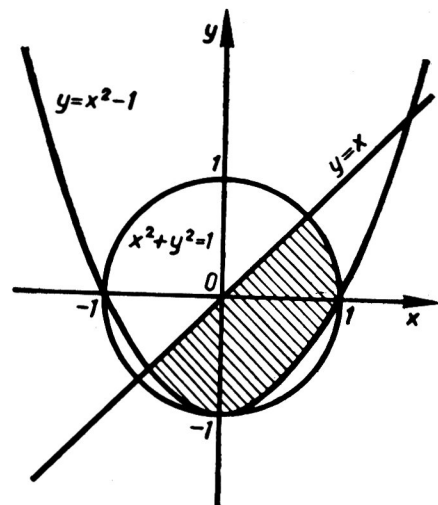
S-77 apytikslis skaičiavimas
S-78 KM-6
S-79 progresijos
S-80 § 3, 4
S-81 § 6
S-82 IV skyrius
S-83 III skyrius
S-84 § 17, 18
S-85 § 5, 6
S-86* 50, 66 sk.
SK-1 1-5 sk., KM-1
SK-2 9, 31, 32, 34, 35, 63, 64, 68 sk.
SK-3 16, 26 sk.
SK-4,5 11-14, 42, 63, 64 sk.
SK-6 18-21, 23, 24, 42, 43, 65, 67, 68 sk.
SK-7 25-27 sk.
SK-8 28 sk.
SK-9 50, 56-58, 67 sk.
SK-10 59, 60 sk.
SK-11, 12, KM-7, 33-41, 63, 64 sk.
SK-13, 14, 15, KM-8, 63, 64, 68 sk.
SK-16, KM-8, 63, 64, 68 sk.
K-1 § 11, 12
K-2 § 12
K-3 IV skyrius
K-4 § 15
K-5 § 16, 17
K-6 VI skyrius
K-7 kartojimas

* KM-„Kartojimo medžiaga“.

Savarankiški darbai

1 variantas

- S—48. 1. Taip. 2. $y' = -\frac{1}{9}y$. S—49. 1. $\{0\}$; $\left]0; \frac{\pi}{2}\right]$; $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$. 2. Ne.
3. Didėja intervale $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. 4. $[-1; 1]$. 5. Taip. S—50. 1. a) $\frac{\pi}{6}$; b) $-\frac{\pi}{3}$.
2. $-\frac{3\pi}{4}$. S—51. 1. $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. πk , $k \in \mathbb{Z}$. 3. $-\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
S—52. 1. $\left] \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \right[$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $\left] -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \right[$, $k \in \mathbb{Z}$.
S—53. 1. $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 2. $\frac{x^3}{3} + 2 \frac{1}{3}$. S—56.
a) $-2 \cos x + 3 \sin x + C$; b) $6\sqrt{x} + \frac{x^3}{3} + C$. S—57. 1. 12. 2. 1. S—58. 1. 8 $\frac{2}{3}$.
2. 4. S—59. 60,9m. S—60. 1. 10,5. 2. $3\sqrt{3} - 3$. S—61. 2. -3; 1. 3. $]-2; +\infty[$.
S—62. 1. a) -10; b) $\frac{1}{12}$. 2. $]-\frac{4}{3}; +\infty[$. S—63. 1. 0,1; 1000. 2. $\left] \frac{1}{3}; 4 \right[$.
S—64. 1. a) $-5e^{-5x}$; b) $2^x(1+x \ln 2)$. 2. $y = \frac{4-2x}{e}$. 3. Mažėja intervale $]-\infty;$
 $-\frac{1}{2}[$; didėja intervale $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$. S—65. 1. a) $\frac{2}{2x+1}$; b) $\frac{4x-3}{(2x^2-3x+1) \ln 3}$.



22 pav.

2. $y = \frac{1}{2 \ln 2} x + 1 - \frac{1}{\ln 2}$. 3. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ -
minimumo taškas. S—66. 1. $0,5 \ln(2x -$
 $-1) + C$. 2. 2. S—67. 1. $\sqrt{3}(x^{\sqrt{3}-1} +$
 $+x^{-1\sqrt{3}-1})$. 2. 17. S—68. 1. (23; 13).
2. (3; 0); kai $b \neq -1$; $(3+2t; t)$, $t \in \mathbb{R}$,
kai $b = -1$. S—69. (1; -3; 7). S—70.
1. (2; 6); (6; 2). 2. $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} - 2\pi k\right)$,
 $k \in \mathbb{Z}$. S—71. Trapecija, kurios viršūnės
 $A(0; 3)$, $B(0; 5)$; $C(2; 1)$; $D\left(\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$.
2. Aibė pavaizduota 22 paveiksle. S—72.
 $\max s = s(0; 2) = 10$. S—73. 1. 194. 2.
25%. 3. $\frac{5}{9}$. S—74. 1. $\frac{300}{17} \% \approx 17,6\%$.
2. $y = 2x - 9$. S—75. 1. 0. 2. -10;
S—76. 1. a) 13,5; b) 6,43; c) 420 000.

2. 49,8 m³. S—77. 1. a) $2,9 \cdot 10^2$; b) 57,9. 2. $10,3 \pm 0,2$; $\varepsilon = 0,02$. S—78. 1. $]-\infty;$
 $0,5] \cup [1; +\infty[$; $]0,5;$ 1[. 2. $(x-2)(x-5)$. 3. $5x^2 + 26x + 5 = 0$. S—79. 1. $2,5 + 0,9n$;
145,5. 2. 2,1. 3. a) $-\frac{10}{9}$; b) $\frac{5}{18}$. S—80. 1. a) 0; b) -4. 2. a) $9x^2 + 2\sqrt{2x^{\sqrt{2}-1}}$;
b) $\frac{\sin x - x \ln x \cos x}{x \sin^2 x}$. 3. $204x(x^2-1)^{101}$. S—81. 1. Mažėja intervaluose $]-\infty;$
 $-0,5]$ ir $[0; 0,5]$; didėja intervaluose $[-0,5; 0]$ ir $[0,5; +\infty[$; $x = \pm 0,5$ - minimumo
taškai; $x = 0$ - maksimumo taškas. 2. $5\sqrt{3}$ cm. Nurodymas. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H =$
 $= \frac{1}{3} \pi H(l^2 - H^2)$; $V'(H) = 0$, kai $H = \frac{1}{\sqrt{3}}$. S—82. 1. a) $\frac{x^3}{3} - 3 \cos x + C$;
b) $\lg x + 2 \ln|x+1| + 0,5e^{2x} + C$. 2. $15 \frac{1}{3}$. S—83. 1. a) $\pi + 2\pi k$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;
b) ± 1 . 2. a) $]-\frac{3\pi}{4} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + \pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-2; 1[$. S—84. 1. 3. 2. (1; 2; 3).
3. (1; 2); (2; 1). S—85. Didėja intervaluose $]-\infty; -1]$ ir $[1; +\infty[$, mažėja intervale
 $[-1; 1]$; $x = -1$ - maksimumo taškas; $x = 1$ - minimumo taškas; liestinės lygtis:
 $y = 9x - 11$. S—86. 1. $x'' = -0,25x$; $A = 3$; $\omega = 0,5$; $\varphi = \frac{7\pi}{4}$. 2. $y = Ce^{-0,5x}$.

2 variantas

- S—48. 1. Ne. 2. $y'' = -9y$. S—49. 1. $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$, $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ $\left[0; \frac{\pi}{2} \right[$. 2. Ne. 3. Ma-
žėja intervale $[0; \pi]$. 4. $[-1; 1]$. 5. Taip. S—50. 1. a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $\frac{\pi}{4}$. 2. 0. S—51.
1. $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—52. 1. $]-\frac{\pi}{3} + 2\pi k;$
 $\frac{\pi}{3} + 2\pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $]-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}[$, $k \in \mathbb{Z}$. S—53. 1. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
2. $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 2. $\frac{x^4-5}{4}$. S—56. a) $-3 \cos x - 2 \sin x + C$; b) $\frac{16}{3} x^{0,75} -$
 $-\frac{x^2}{2} + C$. S—57. 1. 8. 2. 1. S—58. 1. 20. 2. 4. S—59. $1,5 - \frac{1}{2(t+1)^2}$. S—60.
1. 6,2. 2. 1. S—61. 2. $-\frac{1}{3}$. 3. $]-\infty, -2]$. S—62. 1. a) -8; b) $\frac{1}{9}$. 2. $]0,5;$
 $+\infty[$. S—63. 1. 0,001, 10. 2. $]-4; 0[\cup]0; 4[$. S—64. 1. a) $-0,3e^{-0,2x}$; b) $3^x(1 +$
 $+x \ln 3)$. 2. $y = -0,5ex$. 3. Didėja intervale $]-\infty; \frac{1}{3}]$, mažėja intervale $\left[\frac{1}{3};$
 $+\infty\right[$. S—65. 1. a) $\frac{3}{3x-4}$, b) $\frac{6x-2}{(3x^2-2x+5) \ln 0,5}$. 2. $y = \frac{1}{3 \ln 3} x - \frac{1}{\ln 3} + 1$.
3. Minimumas taške $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. S—66. 1. $0,5 \ln(2x+1) + C$. 2. 2. S—67. 1.
 $\sqrt{2}(x^{\sqrt{2}-1} - x^{-\sqrt{2}-1})$. 2. 8. S—68. 1. (3; -1). 2. $\left(\frac{44}{8+b}, \frac{24-8b}{3(8+b)}\right)$, kai
 $b \neq -8$; $\emptyset$, kai $b = -8$. S—69. $\emptyset$. S—70. 1. (9; 7). 2. $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{7\pi}{6} + 2\pi k\right)$,

$\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. S—71. 1. Trapecija, kurios viršūnės $A(1, 0)$; $B(3; 0)$; $C(4,5; 3,5)$; $D(5,5; 2,5)$. S—72. $\max s = s(1, 2) = 7$. S—73. 1. 322. 2. $66\frac{2}{3}\%$. 3. 0,25. S—74. 1. 6,25%. 2. $y = 2,5 - 0,5x$. S—75. 1. $\frac{a+b}{2a+b-1}$. 2. 11. S—76. 1. a) 0,133; b) 3,46; c) 5610. 2. 83,6 m³. S—77. 1. a) $4,8 \cdot 10^2$; b) 55,6. 2. $15,5 \pm 0,1$; $\varepsilon = 0,007$. S—78. 1. $\emptyset$; R. 2. $(x+3)(x+6)$. 3. $3x^2 + 10x + 3 = 0$. S—79. 1. $4,9 + 0,8n$; 266. 2. $-2\frac{4}{7}$. 3. a) $-\frac{4}{13}$; b) $-\frac{5}{14}$. S—80. 1. a) -3; b) -6. 2. $8x^3 - 3\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}$; b) $-\frac{x \ln x \sin x + \cos x}{x \ln^2 x}$. 3. $204(x^2 + x)(x^3 + 1,5x^2)^{67}$. S—81. 1. Mažėja intervale $]-\infty; 0]$; didėja intervale $[0; +\infty[$; $x=0$ — minimumo taškas. 2. $10\sqrt{\frac{2}{3}}$ cm. S—82. 1. a) $\frac{x^4}{4} - 2 \sin x + C$; b) $\ln|1-x| - \operatorname{ctg} x - \frac{1}{3}e^{3x} + C$. 2. $13\frac{2}{3}$. S—83. 1. a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\pm$. 2. a) $\left[\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{3\pi}{4} + \pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$. S—84. 1. 8. 2. (1; 2; 5). 3. (4; 2). S—85. Didėja intervaluose $]-\infty; -\frac{1}{3}]$ ir $[\frac{1}{3}; +\infty[$; mažėja intervale $[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}]$, $x = -\frac{1}{3}$ — maksimumo taškas; $x = \frac{1}{3}$ — minimumo taškas; liestinės lygtis: $y = \frac{80}{3}x - 55$. S—86. 1. $x'' = -9x$; $A = 0,5$; $\omega = 3$; $\varphi = \frac{9\pi}{5}$. 2. $y = Ce^{-3x}$.

3 variantas

S—48. 1. Ne. 2. $x'' = -3x$; $A = \frac{1}{3}$; $\omega = \sqrt{3}$; $\varphi = 2$. S—49. 1. $\{0\}$; $]-\frac{\pi}{2}; 0[$; $]0; \frac{\pi}{2}[$. 2. Ne. 3. Didėja intervale $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$. 4. R. 5. Taip. S—50. 1. a) $\frac{5\pi}{6}$; b) 0,1. 2. $\frac{3\pi}{4}$. S—51. a) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $2\pi k$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. S—52. a) $\left[\frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{3\pi}{8} + \pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}; \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi k}{3}[$, $k \in \mathbb{Z}$. S—53. a) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0 = \operatorname{arctg} 3 \approx 1,107$; b) $-\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 2. $1+x - \frac{x^2}{2}$. S—56. a) $-\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{3} + C$; b) $\frac{2}{21}(7x+1)^{1,5} + C$. S—57. a) $4\frac{2}{3}$; b) 0. S—58. a) $1\frac{1}{3}$; b) $\frac{3}{4}$. S—59. $\frac{1}{6}$ J. S—60. a) 0,4; b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. S—61. 2. 4. 3. $]-1; 1[$. S—62. 1. a) Minusas; b) pliusas. 2. $]-\infty; -\sqrt{10}[\cup]-\sqrt{10}; -3[\cup]3; \sqrt{10}[\cup]\sqrt{10}; +\infty[$. S—63. 1. 0. 2. $\emptyset$. S—64. 1. a) $0,02e^{7+0,1x}$; b) $-2 \ln 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+0,5}$. 2. $y = -x + 2$. 3. Mažėja intervale $]-\infty; 0]$; didėja intervale $[0; +\infty[$. S—65. 1. a) $\frac{1}{x-5}$; b) $\frac{2x\sqrt{x-1}}{\ln 3(x^2\sqrt{x-2x})}$. 2. $y =$

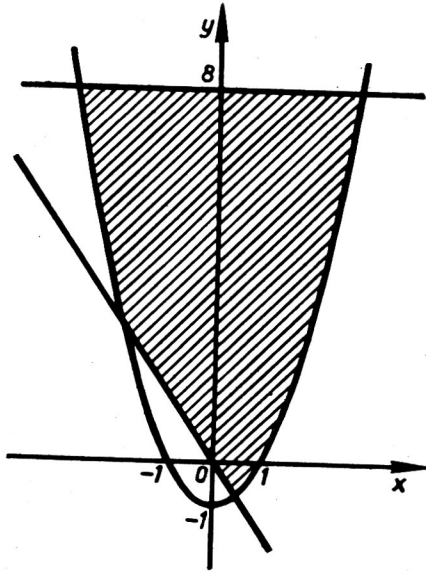
$= \frac{x}{4 \ln 2} + 2 - \frac{1}{4 \ln 2}$. 3. Mažėja intervale $]0; 2^{-\frac{1}{2 \ln 2}}]$; didėja intervale $[2^{-\frac{1}{2 \ln 2}}; +\infty[$. S—66. 1. $0,25 \ln(2x+1) + C$. 2. 1. S—67. 1. $\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1} - 2x^{-3}$. 2. -3; 4. S—68. 1. (3; -1). 2. $\emptyset$, kai $m \neq -\frac{4}{3}$; $\left(\frac{9t+2}{3}; t\right)$, $t \in \mathbb{R}$, kai $m = -\frac{4}{3}$. S—69. (-1; -5; 2). S—70. 1. (6; 3); (3; 6). 2. $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{6} - \pi k\right)$; $\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{2} - \pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. S—71. 1. Aibę sudaro vienas taškas $M(1; 3)$. S—72. $\max s = s(2; 3) = 17$. S—73. 1. 0. 2. 2,52 m; 3 m. 3. $\frac{5}{6}$. S—74. 1. 25%. 2. $y = 8 - 3x$. S—75. 1. $\frac{x^2\sqrt{y}}{x^4-y}$. 2. -3. S—76. 1. a) 10,33; b) 6,89; c) 6,45. 2. 13,2 kg. S—77. 1. a) $3 \cdot 10^4$; b) 47,9. 2. $11,6 \pm 0,1$; $\varepsilon = 0,01$. S—78. 1. $\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right]$; $]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{3}; +\infty[$. 2. $(2x+5)^2$. 3. $12x^2 + x - 1 = 0$. S—79. 1. $5\frac{3}{4}$; $\frac{9}{8}$. 2. $-\frac{17}{65}$. 3. a) $-\frac{2}{3}$; b) 0. S—80. 1. a) 0; b) -0,4. 2. a) $16x^3 - 2\sqrt{5}x^{\sqrt{5}-1} + 1$; b) $\frac{e^x(x \lg x - \lg e)}{x \lg^2 x}$. 3. $3 \sin 6x$. S—81. 1. Mažėja intervaluose $]-\infty; -4]$ ir $[0; 1]$; didėja intervaluose $[-4; 0]$ ir $[1; +\infty[$; $x = -4$ ir $x = 1$ — minimumo taškai; $x = 0$ — maksimumo taškas. 2. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. N u r o d y m a s. $S = 2\pi R^2 + 2\pi RH =$

$= 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{R}\right)$, nes $H = \frac{V}{\pi R^2}$. Toliau, $S'(R) = 0$, kai $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. S—82. 1. $\frac{x^4}{4} + x - \frac{3}{2} \operatorname{tg} 2x - 2$. 2. $1 - \sqrt{3}$. 3. $12 - 5 \ln 5 \approx 3,9528$. S—83. 1. a) $\frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) 2. 2. a) $]-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) 0,01; 10. S—84. 1. 20. 2. $\emptyset$. 3. (2, 3); (3; 2). S—85. Mažėja intervaluose $]-\infty; -3[$; $]-3; 3[$ ir $]3; +\infty[$; ekstremumų nėra; liestinės lygtis: $y = -\frac{5}{32}x - \frac{1}{32}$. S—86. 1. $x'' = -4x$; $A = 3$; $\omega = 2$; $\varphi = \frac{13\pi}{7}$. 2. $y = e^{6-2x}$.

4 variantas

S—48. 1. Taip. 2. $x'' = -2x$; $A = 3$; $\omega = \sqrt{2}$; $\varphi = 2\pi - 1$. S—49. 1. $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$; $]0; \frac{\pi}{2}[$; $]\frac{\pi}{2}; \pi[$. 2. Ne. 3. Mažėja intervale $]0; \pi[$. 4. R. 5. Taip. S—50. 1. a) $-\frac{\pi}{6}$; b) -0,3. 2. 0. S—51. a) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. S—52. a) $\left[\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{5\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left[-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. S—53.

- a) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0 = \arctg\left(-\frac{1}{3}\right) \approx -0,32$; b) πk , $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 2. $x - 2x^2 + 12$. S—56. a) $-\cos \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{2} + C$; b) $\frac{1}{9} (6x-2)^{1,5} + C$. S—57. a) 2; b) 1. S—58. a) $\frac{1}{4}$; b) 1. S—59. 0,02 J. S—60. a) -13; b) $\frac{1}{3}$. S—61. 2. 0. 3. $]-\infty$; $-4[0; 4[$; $+\infty[$. C—62. 1. a) Pliusas; b) pliusas. 2. $]-\infty$; $-\sqrt{5}[0; \sqrt{5}[$; $-2[0; 2[$; $\sqrt{5}[0; \sqrt{5}[$; $+\infty[$. 3. Funkcijos $y = \lg x$ grafiko ir jo atvaizdo, simetriško ordinačių ašies atžvilgiu, sąjunga. S—63. 1. 3,5. 2. $]1; +\infty[$. S—64. 1. a) $6e^{3+2x}$; b) $-5 \ln 14 \cdot 14^{0,2-5x}$. 2. $y=x+2$. 3. Mažėja intervale $]-\infty; -2[$; didėja intervale $[-2; +\infty[$. S—65. 1. a) $\frac{1}{x-6}$; b) $\frac{3x^2+x^{-1,5}}{(x^3-2x^{-0,5}) \ln 4}$. 2. $y = \frac{2}{3 \ln 3} x - \frac{2}{3 \ln 3} + 1$. 3. Mažėja intervale $]-1; -1 + \sqrt{10}[$; didėja intervale $[-1 + \sqrt{10}; +\infty[$. S—66. 1. $0,25 \ln(2x-1) + C$. 2. 1,5. S—67. 1. $\sqrt{3} x^{\sqrt{3}-1} - 1,5x^{-2,5}$. 2. $4\sqrt{2}$. S—68. 1. $\emptyset$; tiesės lygiagrečios ir nesutampa. 2. $\left(\frac{2m-1,5}{m-1,5}; \frac{1}{m-1,5}\right)$, kai $m \neq 1,5$; $\emptyset$; kai $m = 1,5$. S—69. $(24-22t; 9-8t; t)$, $t \in \mathbb{R}$. S—70. 1. (4; 3). 2. $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} - \pi k\right)$, $\left(\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{2} - \pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. S—71. b) Aibė pavaizduota 23 paveiksle. S—72. $\min s = s(5; 4) = -7$. S—73. 1. 0. 2. 2,36 m; 2 m. 3. 5. S—74. 1. $33\frac{1}{3}\%$. 2. $y = 3x - 10$. S—75. 1. $\frac{b-c^4}{c^2\sqrt{b}}$. 2. 4. S—76. 1. a) 0,0172; b) 151; c) 8,14. 2. 63 dm^3 . S—77. 1. a) $-5 \cdot 10^2$; b) 64. 2. $3,2 \pm 0,3$; $\varepsilon = 0,1$. S—78. 1. $]-0,25; 0,5[$; $]1-\infty; -0,25[\cup [0,5; +\infty[$. 2. $(9x-1)(x-1)$. 3. $20x^2+x-1=0$. S—79. 1. $12\frac{1}{3}$; $-1\frac{4}{9}$. 2. $-\frac{95}{612}$. 3. a) -3,75; b) 0. S—80. 1. a) -0,5; b) $\frac{5}{3}$. 2. a) $5\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1} - 8x$; b)



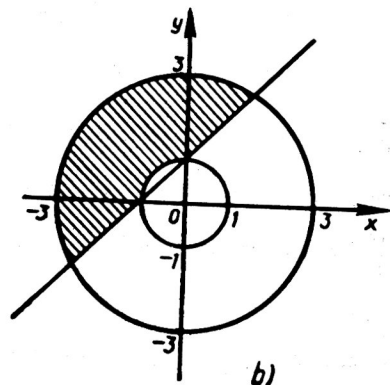
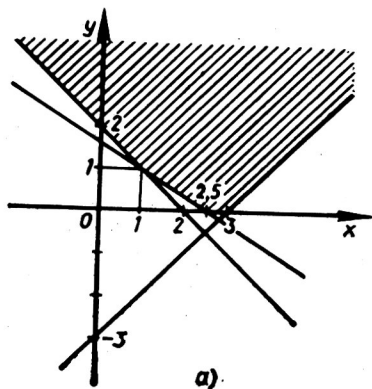
23 pav.

- $\frac{e^x (\cos x + \sin x)}{\cos^2 x}$. 3. $-\frac{1}{3} \sin \frac{2x}{3}$. S—81. 1. Didėja intervaluose $]-\infty; 0[$ ir $[2; 4[$; mažėja intervaluose $[0; 2]$ ir $[4; +\infty[$; $x=0$ ir $x=4$ – maksimumo taškai; $x=2$ – minimumo taškas. 2. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. Nurodymas. $S = \pi R^2 + 2\pi RH = \pi R^2 + \frac{2V}{R}$ (nes $H = \frac{V}{\pi R^2}$). $S'(R) = 0$, kai $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. S—82. 1. $\frac{2}{3}x^{1,5} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi x +$

- $+ 2\frac{1}{3}$. 2. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 \right)$. 3. $24 - 7 \ln 7 \approx 10,3786$. S—83. 1. a) $\frac{\pi}{2} \cdot k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\pm 10\sqrt{10}$; $\pm 0,1$. 2. a) $]-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\infty; 2[$. S—84. 1. 1; 5. 2. (3; 2; 1). 3. (-1; -1); (-1; 2); (2; -1). S—85. Mažėja intervaluose $]-\infty; -2[$ ir $[2; +\infty[$; didėja intervale $[-2; 2]$; liestinės lygtis: $y = \frac{1}{4}x$. S—86. 1. $x'' = -\frac{1}{9}x$, $A = \frac{1}{2}$, $\omega = \frac{1}{3}$, $\varphi = \frac{2\pi}{9}$. 2. $y = e^{\frac{4-x}{3}}$

5 variantas

- S—48. 1. $y = A \cos \left(\frac{1}{\sqrt{3}} t + \varphi \right)$. 2. $x'' = -\frac{x}{16}$; $A = 2$; $\omega = \frac{1}{4}$; $\varphi = \frac{3\pi}{2}$. S—49. 1. $\{0; \pi\}$; $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right[$; $]0; \pi[$. 2. $x = -\frac{\pi}{2}$ – minimumo taškas; $x = \frac{\pi}{2}$ – maksimumo taškas. 3. Mažėja intervaluose $\left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}\right]$ ir $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; didėja intervale $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. 4. $[-1; 1]$. 5. Ne. S—50. 1. a) $-\frac{\pi}{4}$; b) $70^\circ = \frac{7\pi}{18}$. S—51. a) $-\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $-\frac{\pi}{5} + (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. S—52. a) $\left[-\frac{3\pi}{2} + 4\pi k; -\frac{\pi}{2} + 4\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left]3 - \frac{3\pi}{2} + 3\pi k; 3 - \frac{3\pi}{4} - 3\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. S—53. a) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) πk ; $\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 1. a) Taip; b) ne. 2. $2,5 - \cos x$. S—56. a) $-\frac{2}{3} \cos(1,5x-1) + \frac{2}{3}x^{1,5} + C$; b) $\frac{1}{3} \lg(x-7) + \frac{x^3}{6} + C$. S—57. a) 93; b) $\sqrt{3}$. S—58. a) $1\frac{1}{3}$; b) 0,5. S—59. 1200 m; $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. S—60. a) 2,5; b) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. S—61. 2. 1,5. 3. $]-0,25; 0[$. S—62. 1. a) Minusas; b) pliusas. 2. $]3; 4[0; 4[$; $]7[$. 3. Sutampa su $y = 0,5 \lg x$ grafiku. S—63. 1. 1. 2. $]0; +\infty[$; $]0; 2[$; $+\infty[$. S—64. 1. a) $-14e^{2-14x}$; b) $-\ln 2 \cdot 0,5^{0,5x+2}$. 2. $y = 2$. 3. $0,5e^{2x-3} + C$. S—65. 1. a) $\frac{3x^2-4x}{x^3-2x^2+1}$; b) $\frac{4}{3(2x-3) \ln 2}$. 2. $\frac{5}{3}$. 3. $\frac{1}{e}$ – maksimumo taškas; e – minimumo taškas. S—66. $\ln(x-1) + 4$. 2. Kai $a > 0$. S—67. 1. $\frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} + \frac{x^{-\sqrt{2}+1}}{1-\sqrt{2}} + C$. 2. $\frac{2}{3}$. S—68. 1. $\left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$, tiesės susikerta. 2. $\left(\frac{1}{m+1}; -\frac{m}{m+1}\right)$, kai $m \neq \pm 1$; $\emptyset$, kai $m = -1$; $(t+1; t)$, $t \in \mathbb{R}$, kai $m = 1$. S—69. (-8; 1; 2). S—70. a) (2; 6); b) $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} - 2\pi k\right)$; $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} - 2\pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. S—71. Aibė pavaizduota 24 paveiksle. S—72. $\max s = s(6; 2) = 28$. S—73. 1. 2. 2. 18 %. 3. 5. S—74. 1. 21,6 cm; 19,44 cm². 2. $\left]\frac{1}{5}; \frac{3}{3}\right]$. S—75. 1. $b(a^{\frac{1}{3}} + b)$. 2. -1,5. S—76. 1. a) $59,8 \cdot 10^3$; b) 3,74; c) 0,43.



24 pav.

2. $13,8 \cdot 10^5$. S—77. 1. a) 100; b) $-41,8$. 2. $18,4 \pm 0,3$; $\varepsilon = 0,02$. S—78. 1. $]-\infty$; $-5] \cup [-0,2; +\infty[$; $[-5; -0,2]$. 2. $2 \cdot \left(x - \frac{5 - \sqrt{33}}{4}\right) \left(x - \frac{5 + \sqrt{33}}{4}\right)$. 3. $x^2 - 2\sqrt{7}x + 6 = 0$. S—79. 1. 13. 2. 4 arba $\frac{4}{3}$. 3. a) $-2,5$; b) $0,5$. S—80. 1. a) 2; b) 5. 2. a) $(\sqrt{2}x^4 + 4\sqrt{2}x^3 - 3x^{\sqrt{3}} - 3\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1})e^x$; b) $\frac{x-1-3\ln 2}{(x-1)^2 \ln 2}$. 3. $921x^2(x^3+1)^{306}$. S—81. 1. Didėja intervaluose $]-\infty; -3]$ ir $[1; +\infty[$; mažėja intervaluose $[-3; -1[$ ir $]-1; 1]$; $x = -3$ – maksimumo taškas; $x = 1$ – minimumo taškas. 2. $\sqrt{6}$. Nurodymas. Sakykite, r ir h – pagrindo spindulys ir kūgio aukštis. Tada $r^2 + h^2 = 3^2 = 9$; $V = \frac{1}{3} \pi h (9 - h^2)$; $V'(h) = 0$, kai $h = \sqrt{3}$, tada $r = \sqrt{9 - h^2} = \sqrt{6}$. S—82. 1. $\frac{x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1} - 0,75x^4 + \ln|x+2| + C$. 2. $\frac{2}{3}$. 3. $10 \frac{2}{3}$. S—83. 1. a) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$; $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) ± 1 . 2. a) $]-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$. S—84. 1. 4. 2. (1; 2; -2). 3. (5; 3). S—85. Mažėja intervale $]-\infty; 1,5]$; didėja intervale $[1,5; +\infty[$; $x = 1,5$ – minimumo taškas; kritinis taškas 0 nėra ekstremumo taškas; liestinės lygtis: $y = -10x - 2$. S—86. 1. $y = 4 \cos\left(\sqrt{3}t + \frac{5\pi}{3}\right)$, $A = 4$, $\omega = \sqrt{3}$; $\varphi = \frac{5\pi}{3}$. 2. $y = Ce^{-\sqrt{2}x}$.

6 variantas

- S—48. 1. $4 \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$. 2. $x'' = -9x$. S—49. 1. $\left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right\}$; $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$; $[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}[\cup]\frac{\pi}{2}; \pi]$. 2. $x = 0$ – maksimumo taškas. 3. Didėja intervale $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$; mažėja intervale $[0; \pi]$. 4. $[-1; 1]$. 5. Ne. S—50. 1. a) 0; b) $12^\circ = \frac{\pi}{15}$.

2. $\arccos 1 < \arctg 1$. S—51. a) $-\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{4\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $-\frac{2\pi}{5} + (-1)^k \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—52. a) $]-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $[-\frac{7\pi}{24} + \pi k; \frac{11\pi}{24} + \pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$. S—53. a) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) πk ; $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S—55. 1. a) Taip; b) ne. 2. $\sin x + 1,5$. S—56. a) $\frac{2}{3} \sin(1,5x - 1) + \frac{2}{3} \sqrt{(x+1)^3} + C$; b) $\frac{2}{5} \operatorname{ctg}(2-x) - \frac{x^2}{6} + C$. S—57. a) 18; b) $1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$. S—58. a) $\frac{9}{8}$; b) $0,5$. S—59. $\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + t - 1$; $2t - 1$. S—60. a) $9\frac{26}{35}$; b) -3 . S—61. 1. Sutampa su funkcijos $y = 2^x$ grafiku. 2. 3. $]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$. S—62. 1. a), b) Pliusas. 2. $[-2; -1[\cup]-1; 3]$. S—63. 1. 1,5. 2. $]-3; -2[\cup]-2; -1[$. S—64. 1. a) $-7e^{4-7x}$; b) $-6 \ln 2 \cdot 4^{2-3x}$. 2. $y = 2x$. 3. $-5e^{7-0,2x} + C$. S—65. 1. a) $\frac{4x^3 - 9x^2 + 1}{x^4 - 3x^3 + x}$; b) $\frac{1}{\ln 3 (2x - 80)}$. 2. $-\frac{5\sqrt{3}}{3}$. 3. $x = \frac{1}{2}$ ir $x = 2$ – minimumo taškai, $x = 1$ – maksimumo taškas. S—66. 1. $\ln(x+1) + 3$. 2. $a > 0$. S—67. 1. $\frac{x^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1} + \frac{x^{-\sqrt{3}+1}}{1-\sqrt{3}} + C$. 2. 3. S—68. 1. (t; $3t+3$), $t \in \mathbb{R}$; tiesės sutampa. 2. $\left(\frac{2m}{2-m}; \frac{1}{m-2}\right)$, kai $m \neq \pm 2$; $\emptyset$, kai $m = 2$; $(-2-4t; t)$, $t \in \mathbb{R}$, kai $m = -2$. S—69. $\emptyset$. S—70. a) (5; 2); b) $\left(\pi + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right)$; $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; -\pi + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. S—71. a) Penkiakampis, kurio viršūnės $A(0; -0,5)$; $B(0; 2)$; $C(2; 0)$; $D(0,4; 2,4)$; $E(0,6; -1,4)$. S—72. $\min s = s(0; 7) = -21$. S—73. 1. 8. 2. 25 %. 3. 1. S—74. 1. 14,4 cm; 8,64 cm². 2. $[-3; \frac{1}{3}]$. S—75. 1. $b^{\frac{1}{3}}(b^{\frac{1}{3}} - 2a)$. 2. $\frac{4}{3}$. S—76. 1. a) $76,9 \cdot 10^3$; b) 2,99; c) 0,069. 2. $11,7 \cdot 10^3$. S—77. 1. a) 56,0; b) 87. 2. $5,1 \pm 0,4$; $\varepsilon = 0,05$. S—78. 1. $[-6; -\frac{1}{6}]$; $]-\infty; -6[\cup [-\frac{1}{6}; \infty[$. 2. 3. $\left(x - \frac{2 + \sqrt{10}}{3}\right) \left(x - \frac{2 - \sqrt{10}}{3}\right)$. 3. $x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$. S—79. 1. 10 arba 15. 2. $-13,5$ arba $-6,75$. 3. a) $-\frac{5}{3}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$. S—80. 1. a) 2; b) -5 . 2. a) $(\sqrt{3}x^5 + 5\sqrt{3}x^4 - 2x^{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1})e^x$; b) $\frac{x+1}{(x+2)^2}$. 3. $714x(3x^2 - 1)^{118}$. S—81. 1. Didėja intervaluose $]-\infty; -1]$ ir $[3; +\infty[$; mažėja intervaluose $[-1; 1[$ ir $]1; 3]$; $x = -1$ – maksimumo taškas; $x = 3$ – minimumo taškas. 2. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ cm. Nurodymas. Sakykite, kad r ir h – ritinio pagrindo spindulys ir aukštis. Tada $V = \pi r^2 h = \pi h (16 - h^2)$; $V'(h) = 0$, kai $h = \frac{4}{\sqrt{3}}$. Toliau, $V(0) = V(4) = 0$, $V\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) > 0$.

S-82. 1. $\frac{x^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{2} \cos(2x+1) - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$. 2. $\frac{1}{8} - \frac{\pi}{32}$. 3. 9. S-83.

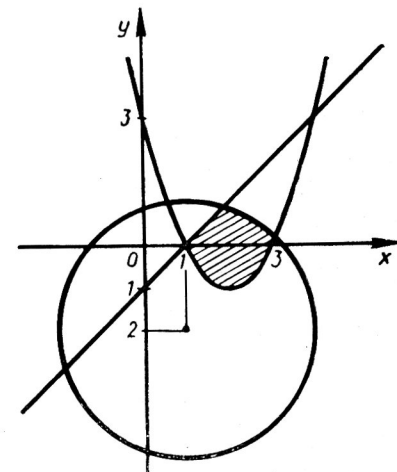
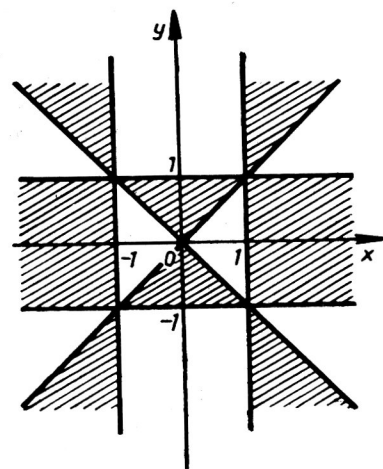
1. a) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0 = \arctg 0,5 \approx 0,46$; b) 8; $\sqrt{2}$. 2. a) $]\pi + 3\pi k$; $2\pi + 3\pi k$ [, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\infty$; $3,5] \cup [6,5$; $+\infty$ [. S-84. 1. -1. 2. $\left(\frac{t+10}{8}; \frac{13t+122}{8}; t\right)$, $t \in \mathbb{R}$. 3. (2; 1). S-85. Mažėja intervaluose $]-\infty$; -3] ir $[-1$; 1]; didėja intervaluose $[-3$; -1] ir $[1$; $+\infty$ [; $x=-3$ ir $x=1$ - minimumo taškai; $x=-1$ - maksimumo taškas; liestinės lygtis: $y=60x-95$. S-86. 1. $y=2 \cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$; $A=2$; $\omega=2$; $\varphi=\frac{\pi}{3}$. 2. $y=Ce^{\frac{x}{\sqrt{3}}}$

7 variantas

S-48. 1. $3\sqrt{3} \cos\left(2t+\frac{\pi}{6}\right)$. Sprendimas. $x_1(t)+x_2(t)=3\left(\cos 2t+\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\right)=6 \cos\left(2t+\frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\pi}{6}$. 2. $\pm 3\sqrt{3}$. S-49. 1. $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi\right\}$; $\left[0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \{\pi\}$; $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. 2. $x=\frac{\pi}{4}$ - maksimumo taškas; $x=\frac{3\pi}{4}$ - minimumo taškas. 3. Didėja intervaluose $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ ir $\left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$; mažėja intervaluose $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$. 4. $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ (didėja); $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ (mažėja). 5. Ne. S-50. 1. a) 0,96; b) $3\pi-10$. 2. Sprendimas. $\frac{\pi}{2}-\arcsin x \in [0; \pi]$ ir $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin x\right)=\sin \arcsin x=x$, todėl $\frac{\pi}{2}-\arcsin x=\arccos x$. S-51. a) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. Nurodymas. Lygtis pakeičiama lygtimi $\lg 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$, kurią išsprendus reikia patikrinti, ar su gautomis reikšmėmis apibrėžti $\lg x$ ir $\lg 2x$; c) $\frac{\pi}{42} \pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. S-52. a) $\left]-\frac{9\pi}{42}+\pi k; \frac{\pi}{126}+\pi k\right[$; $\left]\frac{5\pi}{42}+\pi k; \frac{\pi}{4}+\pi k\right[$; $\left]\frac{\pi}{4}+\pi k; \frac{43\pi}{126}+\pi k\right[$; $\left]\frac{19\pi}{42}+\pi k; \frac{85\pi}{126}+\pi k\right[$, $k \in \mathbb{Z}$. Nurodymas. Nelygybė pakeičiama nelygybe $\lg\left(3x+\frac{\pi}{7}\right) < \frac{1}{\sqrt{3}}$, kurią išsprendus iš gautos aibės reikia atmesti pavidalo $\frac{5\pi}{14}+\pi k$; $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$ skaičius, su kuriais $\lg\left(x+\frac{\pi}{7}\right)$ arba $\lg 2x$ neapibrėžtas. b) $\left[\frac{\pi}{4}+\pi k; \frac{3\pi}{4}+\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. C-53. a) $x_0+\frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0=\frac{1}{2} \arctg\left(-\frac{7}{3}\right) \approx -0,58$; b) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $(-1)^k \frac{\pi}{6}+\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. S-55. 1. Nurodymas. Kad lygybė $F'(x)=f(x)$, kai $x=0$, yra teisinga, matyti iš S-15, 7 varianto Nr. 2. 2. a) $\sqrt{x^2-1}+C$; b) $\frac{2x+\sin 2x}{4}+C$. Nurodymas. $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$. S-56. a) $2 \lg(x-1)-$

$-\cos(4-3x)+x+C$; b) $\sin x-x \cos x + \frac{1}{3} \sqrt{(2x-1)^3}+C$. Nurodymas. $(x \cos x)' = -x \sin x + \cos x$. S-57. 1. 78. 2. 1. S-58. a) 4; b) $\frac{3(2\sqrt{4}-1)}{5}$. S-59.

$\frac{m}{4}$ J. Sprendimas. Sakykime, kad ritinio aukštinė lygi H . Tada ritinio tankis lygus $Q=\frac{m}{V}=\frac{m}{\pi R^2 H}$. Išnagrinėsime ritinio dalį, kurią riboja ritinio paviršiaus spinduliai x ir $x+\Delta x$. Šios ritinio dalies tūris apytiksliai lygus $=2\pi x \Delta x H$, masė $\frac{2\pi m x \Delta x}{R^2}$, greitis $\frac{x}{R}$ ir kinetinė energija $W_x \approx \frac{m_x V_x^2}{2} \approx \frac{m x^3}{R^4} \Delta x$. Todėl $W = \int_0^R \frac{m x^3 dx}{R^4} = \frac{m x^4}{4 R^4} \Big|_0^R = \frac{m}{4}$. S-60. a) $18 \frac{25}{27}$; b) 0. S-61. 2. 6. 3. $]-5; 3[\cup]4; +\infty$ [. S-62. 1. $D(y) =]-\infty$; $-3[\cup]1; +\infty$ [; su tokiais x reikšmėmis grafikas sutampa su funkcijos $y=|x+1|-2$ grafiku. 2. $(\log_2 x+1)^3$. 3. $\frac{3(1-a)}{b+1}$. S-63. 1. 1. 2. 0,5. S-64. 1. $x=0,5$ - maksimumo taškas; $x=1$ - minimumo taškas. 2. $1-\frac{5}{2 \ln 2} (2^{1-0,4x}-1)$. 3. 0. S-65. 1. a) $\frac{2 \log_3(x^3+\cos x) \cdot (3x^2-\sin x)}{(x^3+\cos x) \ln 3}$; b) $\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$. 2. $y = \left(-2 - \frac{1}{2 \ln 2}\right) x - \frac{1}{2 \ln 2} - 1$. 3. Mažėja intervaluose $]0; 1]$ ir $[e; +\infty$ [; didėja intervaluose $[1; e]$. S-66. 1. $1,5-2 \ln 2 \approx 0,1137$. 2. $\ln 10 = 2,3026$. S-67. 1. Mažėja intervaluose $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\right]$; didėja intervaluose $\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; +\infty\right]$. 2. $[-3; 2]$. S-68. 1. $\left(2t-5; \frac{2t-16}{3}; t\right)$, $t \in \mathbb{R}$. 2. $\emptyset$ kai $m=-1$; $(3-t; t)$, $t \in \mathbb{R}$, kai $m=2$; $\left(\frac{m+3}{m+1}; \frac{4}{m+1}\right)$ su kitomis m reikšmėmis. S-69. $(6t-13; 7t-19; t; 7-2t)$, $t \in \mathbb{R}$. S-70. a) $(-1; 1)$; $(4; 32)$; b) $\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}; -\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}+2\pi l\right)$, $k, l \in \mathbb{Z}$. S-71. Aibės pavaizduotos 25 paveiksle. S-72. 2; 6. S-73. 1. Nurodymas. Abi lygybės puses pa-



25 pav.

kelkite kubu. 2. 10%. 3. $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$; 2. S-74. 1. 30cm; 30cm². 2.]-6; -2] U

$U\left[-\frac{1}{2}; 6\right]$. S-75. 1. $\frac{16+c^3}{16-c^3}$. 2. $\pm \frac{\sqrt{6}}{2}$. S-76. 1. a) 2,52; b) 12,6 · 10³;

c) 343. 2. 33,8 dm; 18,6 dm. S-77. 1. a) 16,3; b) 99,1. 2. Nurodymas. Tegul $x=a \pm h_1$, $y=b \pm h_2$. Tada $(a-h_1)(b-h_2) \leq xy \leq (a+h_1)(b+h_2)$; $-h_1b-h_2a+h_1h_2 \leq xy -$
 $-ab \leq h_1b+h_2a+h_1h_2$, iš kur $h \approx h_1b+h_2a$ ir $\epsilon = \frac{h_1b+h_2a}{ab} = \frac{h_1}{a} + \frac{h_2}{b} = \epsilon_1 + \epsilon_2$.

S-78. 1. $(\sqrt{3}x-1)(\sqrt{3}x+1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$. 2. $|b| > 1$. 3. 7. Nurody-

mas. Patikrinkite, ar šaknys egzistuoja (diskriminantas teigiamas), ir taiky-

kite Vieto teoremą. S-79. 1. 37,5

arba 52,5. 2. $\frac{10^{n+1}-10-9n}{81}$. 3. a)

$3\frac{1}{3}$; b) -1. S-80. 1. a) $\frac{5}{3}$; b) $\frac{3}{2}$.

2. a) $-\frac{2^{-x}(x \ln |x| \ln 2 + 1)}{2x \ln^2 |x|}$; b)

$\frac{5(\sqrt{3}x^{\sqrt{3}-1}-2x^{-2})}{\ln 10(x^{\sqrt{3}}+2x^{-1})}$. 3. 26 pav.

S-81. 1. Mažėja intervaluose $]-\infty;$

$-1-\sqrt{3}]$ ir $[0; -1+\sqrt{3}]$; didėja in-

tervaluose $[-1-\sqrt{3}; 0]$ ir $[-1+\sqrt{3};$

$+\infty]$; $x=-1 \pm \sqrt{3}$ - minimumo taš-

kai; $x=0$ - maksimumo taškas. 2. 2.

Nurodymas. Sakykime, kad ritinio, kurio tūris V , aukštinė ir pagrindo spindulys

lygūs h ir r . Tada $S=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r^2+2\pi r \frac{V}{\pi r^2}=2\pi r^2+\frac{2V}{r}$. Toliau, $S'(r)=$

$=4\pi r-\frac{2V}{r^2}$; $S'(r)=0$, kai $4\pi r^3=2V$, t.y. $4\pi r^3=2\pi r^2h$, iš kur $2r=h$, t.y. $h:r=2$.

S-82. 1. $\frac{e^x \sin x - e^x \cos x}{2} + C$. Nurodymas. Galima taikyti integravimo dalimis

formulę. Arba - sudėti lygybes: $(e^x \cos x)' = -e^x \cos x + e^x \sin x$ ir $(e^x \sin x)' =$

$=e^x \cos x + e^x \sin x$ (ir rezultata padalyti iš 2). 2. 38,4. S-83. 1. a) $\sqrt{10}$. Nuro-

dymas. Pakeiskite logaritmais, kurių pagrindas 10; b) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$. Nurodymas.

Visas trigonometrinės funkcijas išreikškite $\operatorname{tg} x$. 2. a) $]0,01; +\infty[$. Nurodymas.

Pažymėkite $y=3^{18x+2}$; b) $\frac{\pi}{18} + \pi k$; $\frac{\pi}{6} + \pi k$; $\frac{7\pi}{18} + \pi k$; $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{13\pi}{18} + \pi k$;

$\frac{3\pi}{4} + \pi k$; $\frac{3\pi}{4} + \pi k$; $\frac{5\pi}{6} + \pi k$; $k \in \mathbb{Z}$. Nurodymas. Žr. S-51, 7 var. b) ir

S-52, 7 var. a) nurodymus. S-84. 1. 1. Nurodymas. Lygybės $\sqrt{x+7} = \sqrt{x+3}$

abi puses pakelkite šeštuoju laipsniu, po to („atspėję“ šaknį $x=1$) gautosios lygties

$x^3+8x^2+13x-22=0$ kairiąją pusę išskaidykite dauginamaisiais (pavyzdžiui, grupuo-

dami): $(x-1)(x^2+9x+22)=0$. 2. (1; 1; 0; -2). 3. (6; 10); (10; 6). Nurodymas.

Pakeiskite kintamuosius: $u=\sqrt{x+y}$; $v=\sqrt{xy+21}$. S-85. Mažėja intervaluose

$]-\infty; -1[$ ir $]-1; 0]$; didėja intervaluose $[0; 1[$ ir $]1; +\infty[$; $x=0$ - minimumo

taškas; liestinės lygtis: $y=-\frac{8}{9}x-\frac{22}{9}$. S-86. 1. $y=\sqrt{3} \cos\left(\frac{1}{2}t+\frac{11\pi}{6}\right)$. 2.

$y'=6 \ln 2 \cdot y$. 3. $x(t)=22,5 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$. Nurodymas. Bendrasis diferencialinės lygties

$x'=kx$ sprendinys yra $x(t)=Ce^{kt}$. Iš sistemos $\begin{cases} Ce^{3k}=45, \\ Ce^{6k}=90, \end{cases}$ gautos, įstačius į bendrąjį

sprendinį reikšmes $t=3$ ir $t=6$, reikia apskaičiuoti C ir k .

8 variantas

S-48. 1. $2 \cos \frac{3\pi}{8} \cos\left(3t-\frac{3\pi}{8}\right)$. 2. 0. Sprendimas. $x(t)=2 \cos(5t+\varphi)$, be to,

$x(0)=2$, t.y. $\cos \varphi=1$. Toliau, $x'(t)=-10 \sin(5t+\varphi)$ ir $x'(0)=-10 \sin \varphi=0$. S-49.

1) $\left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$; $\left\{-\frac{\pi}{4}\right\} \cup \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$; $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$. 2) $x=0$ -

maksimumo taškas; $x=\frac{\pi}{2}$ - minimumo taškas. 3) Didėja intervaluose $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ ir

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; mažėja intervale $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. 4) $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ arba $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. 5) Ne. S-50. 1.

a) 0,28; b) $4\pi-10$. 2. Sprendimas. $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x$, kadangi $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\right.$

$\left.-\operatorname{arctg} x\right)=\operatorname{tg} \operatorname{arctg} x=x$ ir $0 < \frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} x < \pi$. S-51. a) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$;

b) $-\frac{\pi}{12} + \pi k$; $\frac{7\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. Nurodymas. Lygtis pakeičiama lygtimi $\operatorname{tg} 3x = -1$,

iš kurios sprendinių aibės $\left(-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}\right)$ reikia atmesti $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} m$, $m \in \mathbb{Z}$ pa-

vidalo skaičius, su kuriais $\operatorname{tg} 2x$ neapibrėžtas; c) $\frac{\pi}{84} + \frac{\pi k}{18}$, $k \in \mathbb{Z}$. S-52. a) $\frac{\pi}{42} +$

$+\frac{\pi k}{2}$; $\frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$. Nurodymas. Žr. 7 var. nurodymą; b) $\left[\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{3\pi}{4} +$

$+\pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. S-53. a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $2\pi k$; $\frac{\pi}{5} + \frac{2\pi k}{5}$,

$k \in \mathbb{Z}$. S-55. 1. Nurodymas. Lygybę $F'(x)=f(x)$, kai $x=0$, reikia patikrinti taip

pat, kaip S-15, 8 var. Nr. 2. 2. a) $\sqrt{x^3+1}+C$; b) $\frac{2x-\sin 2x}{4}+C$. Nurodymas.

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$. S-56. a) $-2 \operatorname{ctg}(x+1) + \frac{3}{4} \sin(4x-3) + x + C$; b) $x \sin x +$

$+\cos x - \frac{1}{3} \sqrt{(1+2x)^3} + C$. Nurodymas. $(x \sin x)' = \sin x + x \cos x$. S-57. 1. 24,2.

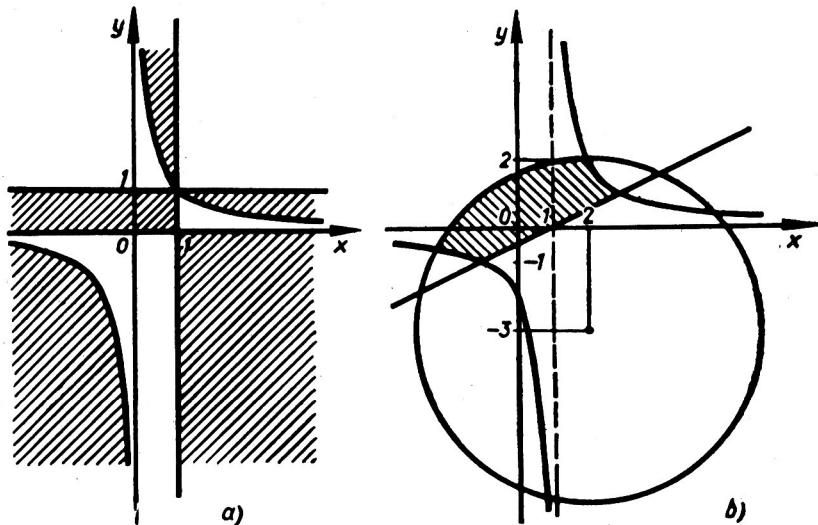
2. 2. S-58. a) 4; b) 18,6. S-59. $\pi r^3 \rho g$, ρ - vandens tankis, g - laisvojo kritimo

pagreitis. Sprendimas. Sferos dalies, esančios tarp plokštumų, išvestų x ir $x+\Delta x$

gylyje, plotas lygus $S_x=2\pi r \Delta x$, slėgis į šią dalį $P_x \approx x S_x=2\pi r \rho g x \Delta x$. Todėl $P=$

$= \int_0^r 2\pi r \rho g dx = 2\pi r \rho g \frac{x^2}{2} \Big|_0^r = \pi r^3 \rho g$. S-60. a) $-15 \frac{15}{16}$; b) $\frac{1-\sqrt{3}}{8}$. S-61.

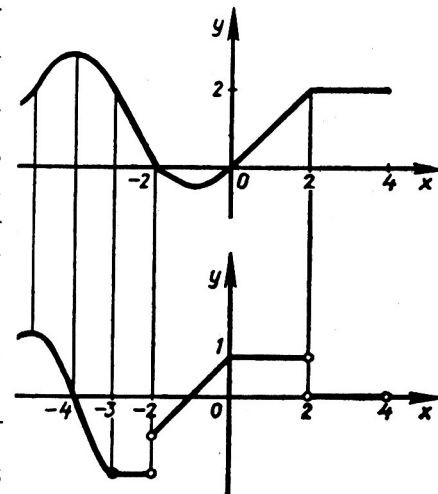
2. $\frac{4}{3}$. 3. $]-\infty; \frac{1}{3}[$. S—62. 1. Nurodymas. Funkcija neapibrėžta, kai $x \in [1; 3]$; su kitomis x reikšmėmis sutampa su funkcija $f(x) = x^2 - 4x + 3$. 2. $x + 1$. 3. $a(b + 3)$. S—63. 1. -1 . 2. 0 ; $\frac{1}{8} [0; 4$; $+\infty [$. S—64. 1. $x = 1$ — maksimumo taškas. 2. $\frac{2^{2x-1}}{3 \ln 2} + 1 - \frac{1}{48 \ln 2}$. 3. $e - 1 \approx 1,7183$. S—65. 1. a) $\frac{2(2x - \cos x) \log_2(x^2 - \sin x)}{(x^2 - \sin x) \ln 2}$; b) $-\lg \frac{x}{2}$. 2. $y = 1 + \lg 2 + \frac{1}{2 \ln 10} + \frac{1}{\ln 2} - \left(\frac{2}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 10}\right)x$. 3. Didėja intervaluose $]0; 0,1[$ ir $[1; +\infty[$; mažėja intervale $[0,1; 1]$. S—66. 1. $7,5 - 8 \ln 2 \approx 1,9548$. 2. $\ln 26 - \ln 7 \approx 1,3122$. S—67. 1. Didėja intervale $\left[0; \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right]$; mažėja intervale $\left[\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}; +\infty\right]$. 2. 0; 1; 9. S—68. 1. $\left(6 \frac{8}{13}; 6; -3 \frac{6}{13}\right)$. 2. $\emptyset$, kai $m = \frac{1}{3}$; $(1-t; t)$, $t \in \mathbb{R}$, kai $m = -1$; $\left(\frac{2-2m}{1-3m}; \frac{m+1}{1-3m}\right)$ su kitomis m reikšmėmis. S—69. $\emptyset$. S—70. a) (1; 6); (2; 7); (3; 8); b) $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$. S—71. Aibė pavaizduota 27 paveiksle. S—72. 4; 6. S—73. 1. Nurodymas. Abi lygybės puses pakelkite



27 pav.

kvadratu. 2. 20 %. 3. $\frac{\sqrt{t+2}}{\sqrt{t-2}}$; 1,5. S—74. 1. 84 cm; 210 cm². 2. $]-4; -3[\cup]-\frac{1}{3}; 4[$. S—75. 1. $\frac{c^4+9}{c^4-9}$. 2. $\emptyset$. S—76. 1. a) 4,31; b) 2490; c) 407. 2. 33,7 m; 48,6 m. S—77. 1. a) 13,0; b) 81. 2. Nurodymas. $-\frac{bh_1 - ah_2}{b(b+h_2)} < \frac{x}{y} - \frac{a}{b} < \frac{bh_1 + ah_2}{b(b-h_2)}$ ir $\varepsilon \leq \frac{bh_1 + ah_2}{a(b-h_2)}; \frac{a}{b} = \frac{bh_1 + ah_2}{a(b-h_2)} \approx \frac{h_1}{a} + \frac{h_2}{b} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$. S—78. 1. $(x^2 + 2)(2x^2 + 1)$. 2. $|b| \geq 1,5$. 3. 56. Nurodymas. Patikrinkite, ar šaknys egzistuoja (diskriminantas

teigiamas) ir taikykite Vieto teoremą. S—79. 1. 4; 5 arba $-11 \frac{2}{7}$; $-2 \frac{9}{14}$ (jeigu a_9 ir a_4 sveikieji skaičiai, tai antrąjį sprendinį reikia atmesti). 2. $\frac{9}{4} - \frac{9+6n}{4 \cdot 3^n}$. 3. a) 1; b) 1. S—80. 1. a) 1,6; b) 1,5. 2. a) $-\frac{3^{-x}(\ln 3 + \cos x)}{e^{\sin x}}$; b) $15(x-1)^{14} \ln 2 \cdot 2^{(x-1)^{15}}$. 3. Žr. 28 pav. S—81. 1. Mažėja intervaluose $]0; \frac{1}{e}[$ ir $[e\sqrt{e}; +\infty[$; didėja intervale $\left[\frac{1}{e}; e\sqrt{e}\right]$; $x = \frac{1}{e}$ — minimumo taškas; $x = e\sqrt{e}$ — maksimumo taškas. 2. $\sqrt{2}$. Nurodymas. Sakysime, kad kūgio, kurio tūris V , sudaromoji, aukštinė ir pagrindo spindulys lygūs l , h ir r . Tada $h = \frac{3V}{\pi r^2}$; $S = \pi r l = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = \pi r \sqrt{r^2 + \frac{9V^2}{\pi^2 r^4}} = \pi \sqrt{r^4 + \frac{9V^2}{\pi^2}}$. Pakanka rasti mažiausią funkcijos $f(r) = r^4 + \frac{9V^2}{\pi^2}$ reikšmę;



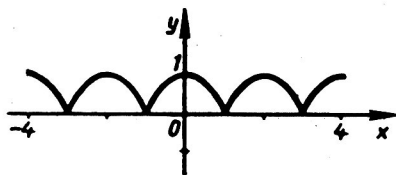
28 pav.

$f'(r) = 4r^3 - \frac{18V^2}{\pi^2 r^3}$; $f'(r) = 0$, kai $18V^2 = 4\pi^2 r^6$, t. y. $9V^2 = \pi^2 r^4$, $h^2 = 2r^2$, iš kur $h^2 = 2r^2$ ir $h:r = \sqrt{2}$. Kadangi funkcija f mažėja intervale $]0; r_0[$ ir didėja intervale $[r_0; +\infty[$ (kai $r_0 = \sqrt{\frac{9V^2}{2\pi^2}}$), tai esant $r = r_0$, funkcija įgyja mažiausią reikšmę intervale $]0; +\infty[$. S—82. 1. $\frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} + C$. Nurodymas. Žr. 7 var. nurodymą. 2. $-132 \frac{4}{15}$. S—83. 1. a) ± 2 . Nurodymas. Pakeitę $y = (\sqrt{7} + \sqrt{48})^x$, gauname lygtį $y + \frac{1}{y} = 14$, kurios $y = 7 \pm \sqrt{48}$; b) $-2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. a) $]1; +\infty[$; b) $\left]\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. S—84. 1. $-\frac{1}{3}$; 1. 2. (1; -3; 7; 2). 3. (6; 3); (3; 1,5). S—85. Didėja intervaluose $]-\infty; -1[$ ir $]-1; 0[$; mažėja intervaluose $[0; 1[$ ir $]1; +\infty[$; $x = 0$ — maksimumo taškas; liestinės lygtis $y = -\frac{8}{3}x + \frac{25}{3}$. S—86. 1. $y = 4 \cos\left(\sqrt{3}t + \frac{2\pi}{3}\right)$. 2. $y' = -2 \ln 3 \cdot y$. 3. $x(t) = 15 \cdot 4^{0,2t-1}$. Nurodymas. Žr. 7 var. nurodymą.

Savarankiškai kartojimo darbai

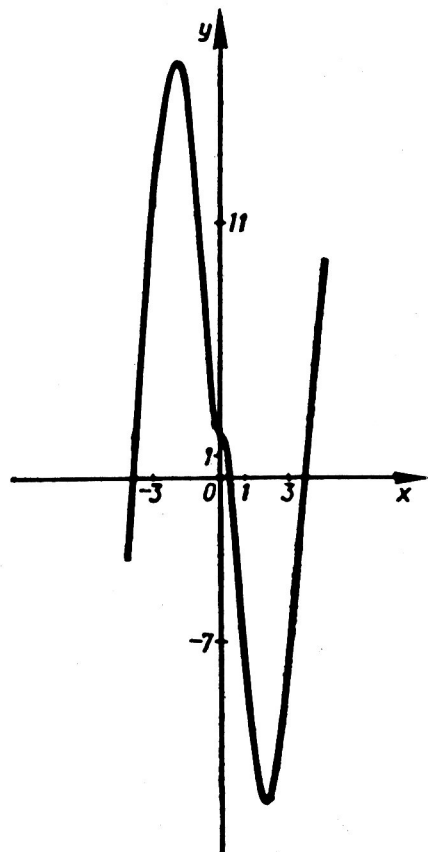
1 variantas

SK—1. 1. 10,66... 2. a) $]-\infty; 2[\cup]4; +\infty[$; b) 4,8; 5,2. SK—2. 1. a) $]0; 3[$; b) $2\pi k \leq x \leq \pi(2k+1)$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nelyginė; b) nei lyginė, nei nelyginė; c) lyginė. 3. Žr. 29 pav. SK—3. 2. $f\left(3 \frac{3}{7}\right)$; $f(\pi)$; $f(3, 1)$. SK—4. 1. a) 14; b) 2. SK—5. 1.



29 pav.

x	$]-\infty; -2[$	-2	$]-2; 2[$	2	$]2; +\infty[$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	18	$\searrow$	-14	$\nearrow$
		$\max$		$\min$	



30 pav.

a) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$; b) 3. 2. a) $]-\infty; -2[\cup]3; +\infty[$; b) $]-\infty; -1[\cup]2; 3[$.
SK-6. 1. b) $\cos x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$; c) $e^x \cdot (x + 1)$. 2. $y = 14x - 6$. **SK-7.** 1. Mažėja intervale $]-\infty; 2[$; didėja intervale $[2; +\infty[$; $x = 2$ – minimumo taškas. 2. Žr. 30 pav. **SK-8.** 1. a) $\max f(x) = 9$, $\min f(x) = 5$; b) $\max f(x) = 9$, $\min f(x) = 5$. 2. 156,25m². **SK-9.** 2. $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. 3. $\frac{1}{4}x^4 + 2x + 7$. **SK-10.** 1. a) -24 ; b) $\frac{1}{2}$. 2. a) 4; b) $\ln 3 \approx 1,0986$. **SK-11.** 1. a) $-\frac{ab}{a+b}$; b) $-\frac{1}{2}\operatorname{ctg} \alpha$; $-\frac{1}{2}$. **SK-12.** 1. a) 16; b) $-\operatorname{tg} \alpha$. **SK-13.** a) 1; b) 2; c) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; d) 2. **SK-14.** a) 3; b) $\frac{2}{3}\pi n$, $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi k}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$; d) 0, 1; 1. **SK-15.** a) 3; b) 10; c) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\arctg 2 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **SK-16.** a) $-\frac{\pi}{6} + \pi k < x < \frac{2}{3}\pi + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{3}{4}\pi + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $]-\frac{11}{19}; -\frac{4}{10}[$; d) $]-1; 7[$.

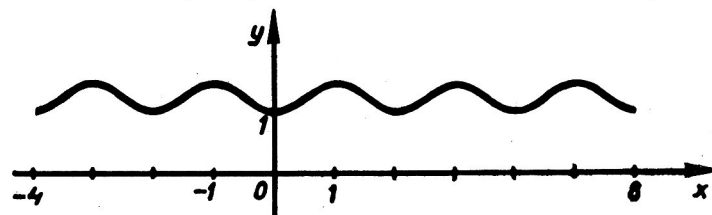
2 variantas

SK-1. 1. 12,07... 2. a) $]-\infty; 5[\cup]9; +\infty[$; b) 2,7; 3,3. **SK-2.** 1. a) $]0; 1[$; b) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 2. a) Lyginė; b) nei lyginė, nei nelyginė; c) nelyginė. 3. Žr. 31 pav. **SK-3.** 2. $f\left(1\frac{3}{7}\right)$; $f(\sqrt{2})$; $f(1,4)$. **SK-4.** 1. a) 17; b) 8. **SK-5.** 1. a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$;

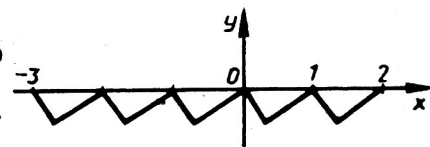
b) 16. 2. a) $]-3; 5[$; b) $]-4; -1[\cup]3; +\infty[$. **SK-6.** 1. b) $\frac{1}{x^2} - \sin x$; c) $\frac{1}{x^2} \cdot (1 - \ln x)$. 2. $y = 8x + 5$. **SK-7.** 1. Mažėja intervale $]-\infty; 3[$; didėja intervale $[3; +\infty[$; $x = 3$ – minimumo taškas. 2. Žr. 32 pav. **SK-8.** 1. a) $\max f(x) = -1$; $\min f(x) = -5$; b) $\max f(x) = -1$; $\min f(x) = -5$. 2. 80m. **SK-9.** 2. $2\sqrt{x} - \sin x + C$. 3. $\frac{1}{4}x^4 - 1,5x^2 + 27$. **SK-10.** 1. a) 51; b) $\frac{1}{3}$. 2. a) 2; b) 21. $\frac{1}{3}$. **SK-11.** 1. a) $\frac{1}{x+y}$; b) $\sin \alpha$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **SK-12.** 1. a) 9; b) $-\operatorname{ctg} \alpha$. **SK-13.** a) 0; b) $\emptyset$; c) $\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; d) -1 . **SK-14.** a) 5; b) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi(2n+1)}{10}$, $n \in \mathbb{Z}$; d) 1; 10. **SK-15.** a) -2 ; b) 2; 8; c) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $\pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $\arctg 3 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. **SK-16.** a) $-\frac{\pi}{6} + \pi k < x < \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $-\frac{5}{6}\pi + \pi n < x \leq -\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; c) $]-\infty; -1[\cup]4; +\infty[$; d) $]1,42; 1,5[$.

3 variantas

SK-1. 1. 15,6... 2. a) $[-7,5; -6,5]$; b) 0,5. **SK-2.** 1. a) $]-\infty; -5[$; b) $\frac{\pi}{4} + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nei lyginė, nei nelyginė; b) lyginė; c) nelyginė. 3. Žr. 33 pav. **SK-3.** 2. $f(3\pi)$; $f\left(15\frac{1}{11}\right)$; $f(15,1)$; $f(15,(1))$. **SK-4.** 1. a) $-\frac{1}{4}$; b) $15\frac{1}{6}$.

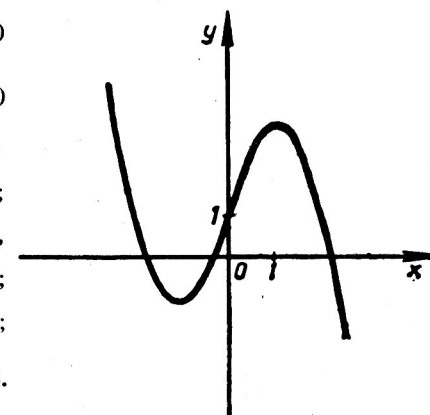


33 pav.



31 pav.

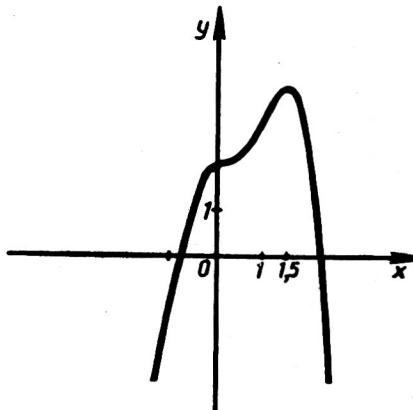
x	$]-\infty; -1[$	-1	$]-1; 1[$	1	$]1; +\infty[$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$
		$\min$		$\max$	



32 pav.

SK-5. 1. a) $\frac{1}{2}$; b) 2. 2. a) $]-3; 3[\cup]3; 7[$; b) $2; +\infty[$. SK-6. 1. b) $\frac{3}{\cos^2 3x} + \frac{2}{3\sqrt{x^2}}$; c) $2^x (\cos^2 x \ln 2 - \sin 2x)$. 2. $y=x$. SK-7. 1. Mažėja intervale $]-\infty; 0[$; didėja intervale $]0; +\infty[$; $x=3$ – minimumo taškas. 2. Žr. 34 pav. SK-8. 1. a) $\max f(x)=191$; $\min f(x)=-62$; $[-1; 3]$ $[-1; 3]$; b) didžiausios ir mažiausios reikšmės nėra. 2. $\pi \text{ cm}^3$. SK-9. 2. $0,5 \ln x - \frac{2}{9} (3x - 1) \sqrt{3x-1} + C$. 3. $\frac{1}{3} \sin 3x + 1 \frac{2}{3}$.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; 1,5[$	$1,5$	$]1,5; +\infty[$
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$		2		$3\frac{11}{16}$	
				max	



34 pav.

$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; d) 4. SK-15. a) 2; b) 1; 16; c) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\arctg \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $-\frac{5}{6}\pi + 2\pi n < x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{7\pi}{36} + \frac{\pi n}{3} \leq x < \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$; c) $]1; 3[$; d) $[-4-3\sqrt{3}; -4+3\sqrt{3}]$.

4 variantas

SK-1. 1. 11,62... 2. a) $]-\infty; 2,85[\cup]3,15; +\infty[$; b) -1. SK-2. 1. a) $]-5; -3[\cup]1; +\infty[$; b) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{5}{6}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nei lyginė, nei nelyginė; b) lyginė; c) nei lyginė, nei nelyginė. 3. Žr. 35 pav. SK-3. 2. $f(2, (7))$; $f(e)$; $f(2, 7)$; $f(2 \frac{4}{7})$. SK-4. 1. a) 0; b) 20. SK-5. 1. a) 1; b) 0. 2. a) $]-4; -3[$; b) $[-1; +\infty[$. SK-6. 1. b) $-\frac{2}{\sin^2 2x} + 1,5\sqrt{x}$; c) $\frac{1-2\text{ctg } x \ln x}{x \sin^2 x \ln 5}$. 2. $y=3x$. SK-7. 1. Mažėja intervale $]-\infty; -\frac{1}{2}[$; didėja intervale $[-\frac{1}{2}; +\infty[$; $x=-\frac{1}{2}$ – mini-

mumo taškas. 2. Žr. 36 pav. SK-8. 1. a) $\max f(x)=191$; $\min f(x)=-62$; $[-1; 3]$ $[-1; 3]$; b) didžiausios ir mažiausios reikšmės nėra. 2. $\pi \text{ cm}^3$. SK-9. 2. $0,5 \ln x - \frac{2}{9} (3x - 1) \sqrt{3x-1} + C$. 3. $\frac{1}{3} \sin 3x + 1 \frac{2}{3}$.

SK-10. 1. a) $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$; b) $\frac{3}{2} \ln 5 \approx 2,4142$. 2. a) 4,5; b) $1 \frac{1}{6}$. SK-11.

1. a) $\frac{a^{0,5} x^{0,5}}{a^{0,5} + x^{0,5}}$; b) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$. SK-12

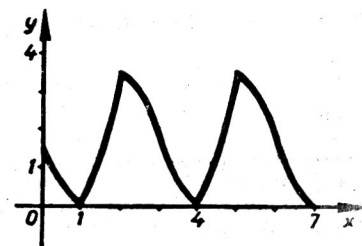
1. a) 1; b) $\text{ctg}^2 x$. SK-13. a) 5; b) 4. c) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$; $\pi n, n \in \mathbb{Z}$; d) $3+2\sqrt{2}$.

SK-14. a) 1; b) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $(-1)^k \arcsin \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi n}{3}$; $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; d) $-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}$. SK-15. a) 2; b) 2;

2^9 ; c) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\arctg 1,5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $-\frac{\pi}{3} + \pi k < x < \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{7\pi}{12} + \pi n \leq x < \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; c) $]2 \frac{1}{3}; +\infty[$; d) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

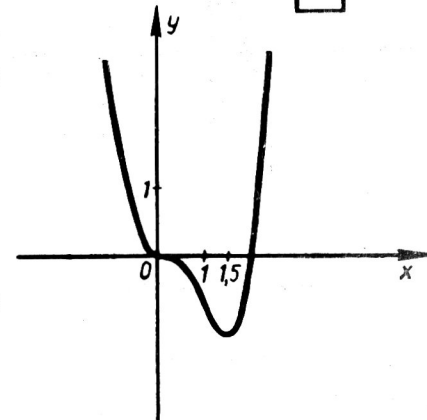
5 variantas

SK-1. 1. 3,60... 2. a) $]-\infty; -6,7[\cup]-5,3; +\infty[$; b) 1. SK-2. 1. a) $]-\infty; 2[\cup]4; 5[$; b) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nei lyginė, nei nelyginė; b) nei lyginė, nei nelyginė; c) lyginė. 3. Žr. 37 pav. SK-3. 2. $f(5 \frac{3}{7})$; $f(2e)$; $f(5,5)$; $f(5, (5))$. SK-4. 1. a) 4,6; b) $7 \frac{3}{4}$. SK-5. 1. a) 1; b) 16. 2. a) $]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]3; +\infty[$; b) $]9; +\infty[$. SK-6. 1.

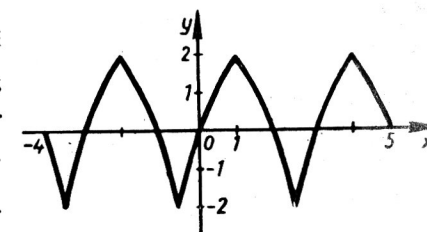


35 pav.

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; 1,5[$	$1,5$	$]1,5; +\infty[$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$		0		$-1\frac{11}{16}$	
				min	

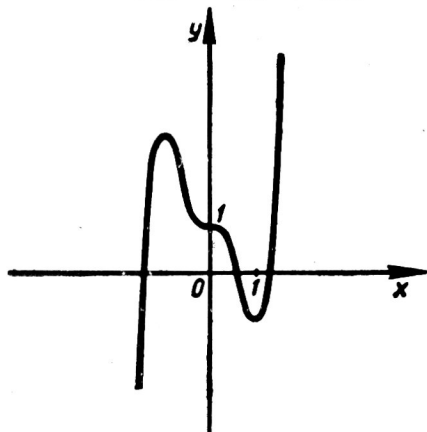


36 pav.

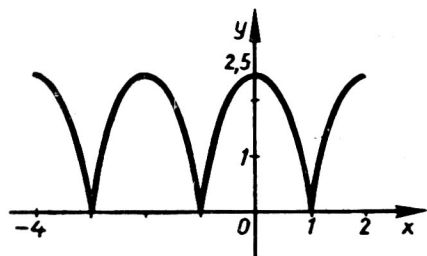


37 pav.

x	$]-\infty; -1[$	$[-1; 0[$	$[0; 1[$	$[1; +\infty[$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$\nearrow$
		max		min



38 pav.



39 pav.

6 variantas

SK-1. 1. 7,48... 2. a) 2,8; 3,2; b) 0,5. SK-2. 1. a) $]-\infty; -1]$; b) $-\frac{\pi}{4} + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nelyginė; b) lyginė; c) lyginė. 3. Žr. 39 pav. SK-3. 2. $f\left(1\frac{5}{8}\right)$; $f(1,7)$; $f(\sqrt{3})$; $f(1, (7))$. SK-4. 1. a) 2; b) 3. SK-5. 1. a) 1; b) 7. 2. a) $]-7; -5[$; b) $]7; +\infty[$. SK-6. 1. b) $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{3\sqrt{(3x-2)^2}}$; c) $\frac{1}{x \cos^2 x \ln 3} + \frac{2 \lg x}{\cos^2 x} \log_3 x$. 2. $y=2x-6$. SK-7. 1. Didėja intervaluose $]-\infty; -2]$ ir $[2; +\infty[$; mažėja intervalė $[-2; 2]$; $x=-2$ – maksimumo taškas; $x=2$ – minimumo taškas. 2. Žr. 40 pav.

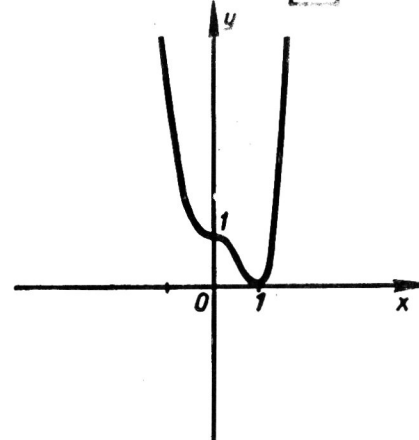
b) $\cos x + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$; c) $3^x \lg x (\ln 3 \lg x + \frac{2}{\cos^2 x})$. 2. d) $y=4x-9$. SK-7. 1. Mažėja intervaluose $]-\infty; -1]$ ir $[0; 1]$; didėja intervaluose $[-1; 0]$ ir $[1; +\infty[$; $x=-1$ ir $x=1$ – minimumo taškai; $x=0$ – maksimumo taškas. 2. Žr. 38 pav. SK-8. 1. a) $\min f(x)=3$; $[-1; 2]$; $\max f(x)=20$; didžiausios reikšmės nėra; $\min f(x)=3$. 2. $a=(a-1)+1$. $]-2; 1]$. SK-9. 2. $\frac{1}{3} \lg 3x - \frac{2}{3} \sqrt{(3-x)^3} + C$. 3. $3 - \ln(x-5)$. SK-10. 1. a) $36\frac{4}{7}$; b) 0. 2. a) $17\frac{1}{3}$; b) 20. SK-11. 1. a) $x-y$; b) $\lg \frac{\alpha}{2}$. SK-12. 1. a) 24; b) $-\lg 3\alpha$. SK-13. a) 4; b) 19; c) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) $1\frac{2}{5}$. SK-14. a) 2; b) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; c) πk ; $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; d) 1; 5,5. SK-15. a) 3; $\log_2 1,5$; b) 3; 9; c) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $-\arctg 4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; d) $-\frac{1}{2} \arctg \frac{4}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi k}{5} \leq x < \frac{\pi}{15} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$; c) $]-1; 1[\cup]3; 5[$; d) $]-6; 1[$.

SK-8. 1. a) $\min f(x)=-236$; $\max f(x)=263$; b) $\max f(x)=7$; mažiausios reikšmės nėra. 2. $a=1+(a-1)$. SK-9. 2. $-\frac{1}{4} \lg 4x - \ln |2-x| + C$. 3. $\frac{1}{14} (2x+5)^2 + 2\frac{13}{14}$. SK-10. 1. a) $54\frac{6}{7}$; b) 0,75. 2. a) $10\frac{2}{3}$; b) 1. SK-11. 1. a) $x-1$; b) $\frac{1}{2} \sin 2x$. SK-12. 1. a) 3^{17} ; b) -1. SK-13. a) 5; b) 2; c) $\emptyset$; d) $-\frac{2}{3}$. 2. SK-14. a) 3; b) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; d) 5,25. SK-15. a) 1; b) $\frac{1}{5}$; 5; c) $\frac{\pi}{3} + \pi k$; $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) $-\frac{\pi}{3} + \pi k$; $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{5}{6} \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; b) $-\frac{\pi}{12} + \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; c) $]2; 3[$; d) $]0; 2[$.

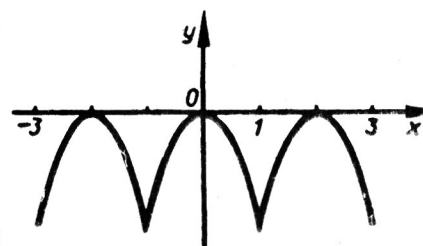
7 variantas

SK-1. 1. 24,4... 2. a) $]-\infty; -2,05[\cup]-1,95; +\infty[$; b) $]-\infty; -2[$. SK-2. 1. a) $]-\infty; -1[\cup]\frac{1}{3}; 1[\cup]1; 2[$; b) $\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x \leq \frac{3}{4} \pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Nelyginė; b) nei lyginė, nei nelyginė; c) nelyginė. 3. Žr. 41 pav. SK-3. 2. $[2; +\infty[$. SK-4. 1. a) $\frac{5}{12}$; b) -1,5. SK-5. 1. a) 1; b) 12. 2. a) $]4; 5[$; b) $]2; 5[\cup \{-1; 9\}$. SK-6. 1. b) $\frac{2}{\cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) (3x+5)^2} - \frac{6 \lg \left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}{(3x+5)^3}$; c) $-\frac{\lg x}{\ln 5}$. 2. $y=4x - 2\frac{1}{3}$ arba $y=4x + 6\frac{2}{3}$. SK-7. 1. Mažėja intervalė $]0; e^{-\frac{1}{3}}]$; didėja intervalė $[e^{-\frac{1}{3}}; +\infty[$; $x=\frac{1}{3}$ – minimumo taškas. 2. Žr. 42 pav. SK-8. 1. $-\frac{3}{4} \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{e}}$

x	$]-\infty; 0[$	$[0; 1[$	$[1; +\infty[$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$
		min	

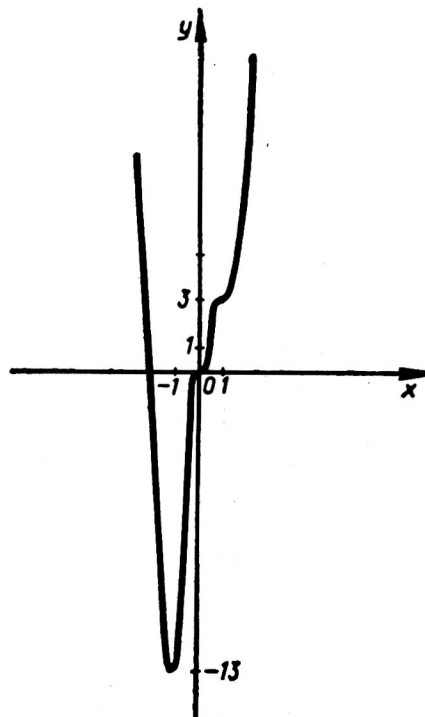


40 pav.

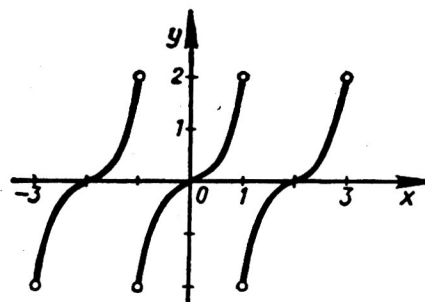


41 pav.

x	$]-\infty; -1[$	$-1]$	$-1; 0[$	$0]$	$0; 1[$	$1]$	$1; +\infty[$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	-13	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3	$\nearrow$
		min					



42 pav.



43 pav.

- $\leq 1,5$. 2. 12. SK-9. 1. $\ln^2 x + C$. 2. $2,5 \lg 2x - 0,5$. SK-10. 1. a) 10; b) $-\frac{3}{8}$.
2. a) $21\frac{1}{3}$; b) $2\frac{2}{3}$. SK-11. 1. a) $x+1$; b) $2 \cos \alpha$. SK-12. 1. a) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}}$; b) 1. SK-13. a) 7; b) 5; c) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) 1; 5. SK-14. a) 5; b) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$; $\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; d) 0,01; 100. SK-15. a) -2; -4; b) 10; c) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $-\arctg 1,75 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $\frac{\pi}{6} + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{7\pi}{12} + \pi k < x < \frac{5}{4}\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; c) [1; 4]; d)]0; 1[.

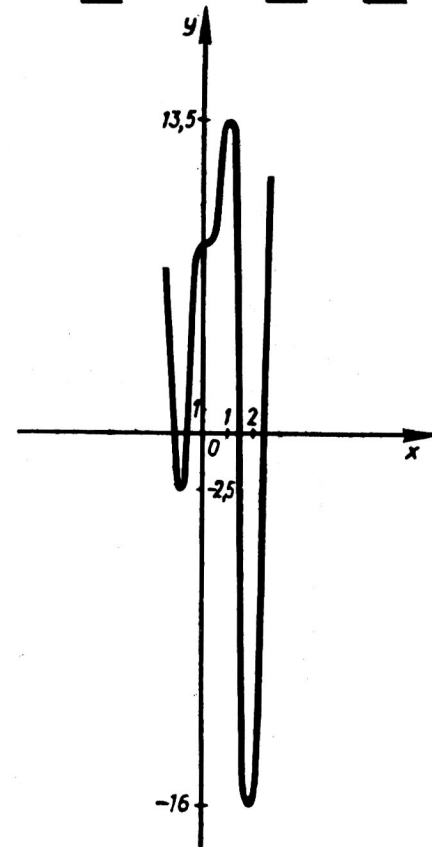
8 variantas

- SK-1. 1. 5,329... 2. a) $]-3,2; -2,8[$; b) $]-3; +\infty[$. SK-2. 1. a) $]-\infty; 1[$; b) $-\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. 2. a) Lyginė; b) nei lyginė, nei nelyginė; c) nelyginė. 3. Žr. 43 pav. SK-3. 2. $]-\infty; 1[$. SK-4. 1. a) $\frac{5}{9}$; b) 9,7. SK-5. 1. a) $\sqrt[3]{3}$; b) $\frac{1}{27}$. 2. a) $]-\infty; -5[\cup]2; +\infty[$; b) $[-7; -1] \cup]3; +\infty[\cup \{2\}$. SK-6. 1. b) $\frac{(2x-3)^2}{\sin^2(x-\frac{\pi}{3})} \left(2x-3 + 3 \sin\left(\frac{2}{3}\pi - 2x\right) \right)$; c) $\frac{\operatorname{ctg} x}{\ln 2}$. 2. $y = 7x - 16$ arba $y = 7x + 16$. SK-7. 1. Mažėja intervaluose $]-\infty; 0[$ ir $[2; +\infty[$; didėja intervalė $[0; 2]$; $x=0$ – minimumo taškas; $x=2$ – maksimumo

taškas. 2. Žr. 44 pav. SK-8.

1. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{3}}{4}$.
2. 4π . SK-9. 1. $\sin^3\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + C$. 2. $-0,6 \operatorname{ctg} 5x - 1$. SK-10. 1. a) $-84,4\sqrt{2}$; b) $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$. 2. a) $\frac{5}{6}$; b) $11\frac{1}{4}$. SK-11. 1. a) $\sqrt{a-1}$; b) $-\frac{1}{4} \sin^2 2x$. SK-12. 1. a) 1; b) 1. SK-13. a) 6; b) 7; c) $\frac{2\pi k}{3}$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; d) -2; 4. SK-14. a) 3; 4; b) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{\pi k}{6}$; $\frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$; d) -1; 5. SK-15. a) -4; 1; b) 10; c) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; d) $\arctg \frac{7}{4} + \pi k$; $-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. SK-16. a) $\frac{\pi}{4} + \pi k < x < \frac{3}{4}\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; b) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} < x < \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; c)]1; 1,04[$\cup$]26; + ∞ [; d)]0; + ∞ [.

x	$]-\infty; -1[$	$-1]$	$-1; 0[$	$0]$	$0; 1[$	$1]$	$1; 2[$	$2]$	$2; +\infty[$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$-2,5$	$\nearrow$	8	$\nearrow$	$13,5$	$\searrow$	-16	$\nearrow$
		min				max		min	



44 pav.

T-6. 1 var. 1. a) $3 \cos 3x$; b) $\frac{1}{\cos^2(x+1)} + \frac{1}{\sin^2(x+1)}$. 2. $-0,5$. 3. $y'' = -3y$.
4. $-\cos x$. 5. $\sin 4$, $\sin 6$, $\sin 2$. 6. a) 0; b) 1. 7. π ; $\frac{\pi}{6}$; $D(\arccos) = [-1; 1]$;
 $E(\arccos) = [0; \pi]$. 8. a) $\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $-2 \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 9. $\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$,
II arba IV; $\sin \alpha > 0$, kai kampas α II ketvirtyje. 10. a) $\left] \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \right[$, $k \in \mathbb{Z}$;
b) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2 var. 1. a) $-2 \sin 4x$; b) $-\frac{3}{\sin^2\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)}$. 2. 1. 3.
 $y = A \cos\left(\frac{x}{2} + \varphi\right)$. 4. -1 . 5. $y = -\sqrt{2}x + \frac{3\sqrt{2}\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2}$. 6. $-\frac{\pi}{4}$; $\frac{2\pi}{3}$;
 $D(\arctg) = \mathbb{R}$; $E(\arctg) = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$. 7. a) Taip; b) ne; $D(\arcsin) = [-1; 1]$;
 $E(\arcsin) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$. 8. a) $4 + (-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. 9.
a) $\pm 2\sqrt{2}$, I arba II; $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, kai kampas α – II ketvirtyje. 10. a) $\emptyset$; b) $\left] -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \right]$, $k \in \mathbb{Z}$.

T-7. 1 var. 1. Taip. 2. $\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$. 3. a) $\frac{x^3}{3} + 4\sqrt{x^5} + C$; b) $-0,5 \cos(2x - 3) - \operatorname{tg} x + C$. 4. 0,2. 5. 1; 2. 6. 12,4. 7. $\sin x^2$; $3 + \int_0^x \sin t^2 dt$. 8. $0,5t^2 + 2t + 1 - \sin t$. 9. $\sum_n(0; 2) = \frac{2}{n} \left(0^4 + \left(\frac{2}{n}\right)^4 + \left(\frac{4}{n}\right)^4 + \dots + \left(\frac{2n-2}{n}\right)^4 \right)$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_n = \int_0^2 x^4 dx = 6,4$. 10. 0,5. 2 var. 1. $\sin(x^2 - 3) + C$. 2. a) $\frac{2}{5} \sqrt{x^5} - \frac{15}{7} \sqrt{x^7} + C$; b) $2 \sin(0,5x - 1) - \operatorname{ctg} x + C$. 3. $\sqrt{2x-1} + 1$. 4. 1. 5. $S_1 - S_2 + S_3 + S_4$. 6. 18,6. 7. a) 0; b) 1. 8. 0; -4 m/s . 9. 2. 10. 26 J.

T-8. 1 var. 2. $\left] \frac{2}{3}; 1 \right[$. 3. $8e^{8x} + \frac{1}{x \ln 10}$. 4. $y = 1$. 5. $\frac{1}{3} e^{-3} - \frac{1}{3} e^{-3x}$. 6. a) 7; b) 3. 7. $]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[$. 8. $y = 0,7e^{-2x}$. 9. $x = -1$ – maksimumo taškas; $x = 1$ – minimumo taškas. 10. Mažėja intervale $[0; 1]$; didėja intervale $[1; +\infty[$;
 $D(\varphi) = [0; +\infty[$. 2 var. 2. $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$. 3. $-8 \ln 10 \cdot 10^{-8x} + \frac{1}{x}$. 4. 1. 5.

$\frac{1}{2} \ln x + 1$. 6. $\log_2 2 \approx 0,6309$; $\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$. 7. $D(y) =]0; +\infty[$. $y = -\pi x^{-\pi-1} + ex^{e-1}$. 8. $y' = -\ln 2 \cdot y$. 9. Hiperbolės $y = \frac{1}{x}$ šaka, esanti koordinačių plokštumos I ketvirtyje. 10. Mažėja intervaluose $\left[\frac{1}{e}; 1 \right]$ ir $[e; +\infty[$.

T-9. 1 var. 2. Taip. 3. (1; 1; 0). 4. (-3; 1); tiesės susikerta. 5. Lygiagrečios ir nesutampa. 6. 6. 7. $[-1; 1]$. 8. -1. 9. (2; 6); (6; 2). 2 var. 2. Ne. 3. $\emptyset$. 4. Eina per vieną tašką, be to, bent dvi iš jų nesutampa. 5. (-14; 3,5); tiesės susikerta. 6. -0,5; 7. $\frac{1}{2}$; 8. -2; 1. 9. (3; 4); (4; 3).

Kontroliniai darbai

K-1. 1 var. 1. a) $6 \cos 2x$; b) 6. 3. $\frac{5\pi}{6}$. 4. $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. Nurodymas. $h'(x) = -3,2 + 2 \sin 2x < 0$, kai $x \in \mathbb{R}$. 2 var. 1. a) $-6 \sin 2x$; b) 0. 3. $\frac{5\pi}{12}$. 4. $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. Nurodymas. $h'(x) = 2 \cos 2x + 2,5 > 0$, kai $x \in \mathbb{R}$. 3 var. 1. a) $\frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$; b) 4. 2. $y'' = -16y$. 3. $\frac{\pi}{12}$. 4. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. 4 var. 1. a) $-\frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$; b) $-\frac{4}{3}$. 2. $y'' = -81y$. 3. π . 4. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 5. $\frac{2\pi k}{5}$; $\pi + 2\pi k$; $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

K-2. 1 var. 1. a) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $2\pi k$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. a) $\left] \frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left[-\frac{\pi}{3} + 4\pi k; \frac{7\pi}{3} + 4\pi k \right]$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. 0; $\frac{\pi}{2}$. 4. $[-2; -1[\cup]1; 2]$. 2 var. 1. a) $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. a) $\left] -\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{4} + \pi k \right[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left[-\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k \right]$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $\frac{\pi}{2}$; π . 4. $[1; \sqrt{2}]$. 3 var. 1. a) $(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x_0 = \arctg \frac{1}{3} \approx 0,32$. 2. a) $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left] \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \right[$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $\frac{\pi}{2}$. 4. $\frac{3\pi}{4}$. 4 var. 1. a) $\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0 = \arctg\left(-\frac{1}{4}\right) \approx -0,245$. 2. a) $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\left] -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}; \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3} \right[$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $\frac{\pi}{2}$. 4. $-\frac{\pi}{4}$.

K-3. 1 var. 2. $2 \cos x$. 3. 1. 4. 9,5. 5. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. 2 var. 2. $2 \sin x$. 3. 4,5. 4. 60. 5. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. 3 var. 2. $x^2 + \frac{1}{x} + 11,5$. 3. 10. $\frac{2}{3}$. 4. $1 + \frac{\pi}{2}$. 5. 1,5. 4 var. 2. $x^2 - \frac{1}{x} - 9$. 3. 1. 4. $\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{2}}{4}$. 5. 4.

K-4. 1 var. 1. a) 2; b) 3. 2.]1; 1,5[. 3. 0,5. 4.]-∞; -1,5]. 5.]-1,75; -√3[∪]2; +∞[. 2 var. 1. a) 2; b) 3. 2.] $\frac{2}{3}$; 1[. 3. $\frac{1}{9}$; 3. 4. [-2,5; +∞[. 5.]- $\frac{10}{7}$; -√2[∪]√3; +∞[. 3 var. 1. a) -0,5; b) 1; 2. 2. [0; 0,5[. 3. -1; 3. 4.]- $\frac{3}{4}$; +∞[. 5. $\frac{5-b}{2ab+2a+2-4b}$. 4 var. 1. a) -1,25; b) 1. 2.]0,5; 1]. 3. 1; 4. 4.]-1,25; +∞[. 5. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$.

K-5. 1 var. 1. a) $-e^{-x}(\sin x + \cos x)$; -1; b) $\frac{1}{6x}$; $-\frac{4}{3}$. 2. $3-2\ln 2 \approx 1,6137$. 3. a) 5; b) 2. 4.]0; +∞[. 2 var. 1. a) $e^{-x}(\cos x - \sin x)$; 1; b) $\frac{1}{6x}$; -1,5. 2. $4-2\ln 3 \approx 1,8028$. 3. a) 4; b) 1. 4.]-∞; 2[. 3 var. 1. a) $2^x(\cos x \ln 2 - \sin x)$; $\ln 2$; b) $\frac{6}{x}$; 12. 2. $2-\ln 3 \approx 0,9014$. 3. a) 5; b) 0; 1. 4.]0; +∞[. 4 var. 1. a) $3^x(\sin x \ln 3 + \cos x)$; 1; b) $\frac{6}{x}$; 18. 2. $6-4\ln 2 \approx 3,2274$. 3. a) 8; b) 4. 4.]-∞; 1[.

K-6. 1 var. 1. (1; -1; 2). 3. (2; -1). 4. 2π ; $\frac{5\pi}{2}$. 2 var. 1. (-1; 1; 2). 3. (3; 2). 4. 0; $\frac{\pi}{2}$. 3 var. 1. (3; 1; 1). 3. (4; 1). 4. $(\frac{\pi}{6} + 2\pi k; (-1)^{l+1} \frac{\pi}{3} + \pi l)$; $(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; (-1)^l \frac{\pi}{3} + \pi l)$, $k \in \mathbb{Z}$, $l \in \mathbb{Z}$. 4 var. 1. (1; 2; -2). 3. $(2 \frac{5}{6}; 3 \frac{1}{6})$. 4. $(-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi l)$; $(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi l)$, $k \in \mathbb{Z}$, $l \in \mathbb{Z}$.

K-7. 1 var. 1. πk , $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. 1 $\frac{1}{3}$. 3. [-1,5; -1[. 4. 4 cm. 2 var. 1. $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $-\frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. 1 $\frac{1}{3}$. 3.]-3; -1]. 4. 8 cm. 3 var. 1. (1; 1). 2. a)]-1; 6]; b) $]-\frac{3\pi}{4} + \pi k; -\frac{\pi}{2} + \pi k[$; $]-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{12} + \pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $y = -\frac{\sqrt{2}}{2} (x - \frac{3\pi}{2}) - \sqrt{2}$. 4. $\arctg \sqrt{2}$. 4 var. 1. (3; 5). 2. a)]-∞; 0,5[∪]5; +∞[; b) $[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; 2\pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x - \frac{3\pi}{2}) + \sqrt{2}$. 4. $\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Skyrių kartojimo klausimai

III skyrius

21. A. 51 sk. B. a) $g(x) = \frac{x-3}{2}$; $D(g) = E(g) = \mathbb{R}$; b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$; $D(g) = E(g) = \mathbb{R}$; c) $g(x) = \sqrt{x}$; $D(g) = E(g) = [0; +\infty[$; d) $g(x) = -\sqrt{x}$; $D(g) = [0; +\infty[$; $E(g) =]-\infty; 0]$. C. Simetriški f grafikui tiesės $y=x$ atžvilgiu. 22. A. 51 sk. B. a) $\frac{\pi}{6}$; b) 1,0552; c) $\frac{2\pi}{3}$; d) 1,2661; e) $\frac{\pi}{3}$; f) -1,4711. 23. A. 52 sk. B. Sinusui ir kosinusui: a) $|a| > 1$; b) $a = \pm 1$; c) $|a| < 1$; tangentui ir kotangentui: a), b) nėra;

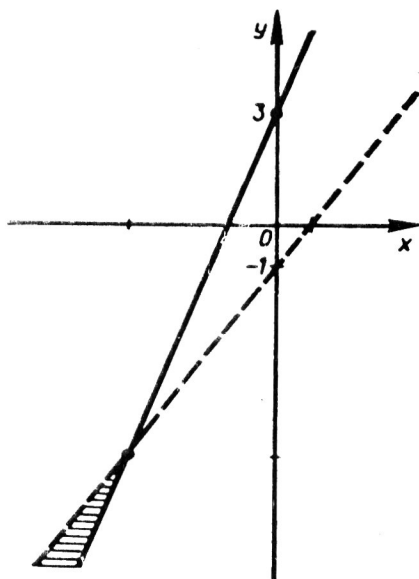
c) su bet kuriuo a . C. a) $(-1)^k \arcsin 0,7 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $-\arctg 2 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 24. B. a) $]\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $]-\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{4} + \pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $[\frac{3\pi}{8} + \pi k; \frac{5\pi}{8} + \pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$. 25. a) $\frac{\pi}{18} + (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{2\pi}{5} \pm \frac{5\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{1}{5} - \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$; d) πk , $k \in \mathbb{Z}$; e) $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; f) $-\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; g) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; h) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $x_0 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $x_0 = \arctg 2 \approx 1,11$; i) $-\varphi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $\varphi = \arccos 0,6 \approx 0,927$. 26. a) $[-\frac{13\pi}{36} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}]$, $k \in \mathbb{Z}$; b) $[-\frac{5\pi}{12} + \pi k; -\frac{\pi}{12} + \pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$; c) $]\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}[$, $k \in \mathbb{Z}$; d) $]\frac{2\pi}{15} + 2\pi k; \frac{22\pi}{15} + 2\pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$; e) $]-\frac{3\pi}{8} + \pi k; -\frac{3\pi}{16} + \pi k[$; $]-\frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{\pi}{16} + \pi k[$; $]\frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k[$; $]\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{5\pi}{16} + \pi k[$; $]\frac{3\pi}{8} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k[$; $]\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{9\pi}{16} + \pi k[$, $k \in \mathbb{Z}$. 27. A. 50 sk. B. $x(t) = 5 \cos(0,5t + \frac{\pi}{12})$; $x'' = -\frac{1}{4}x$. D. Bendrasis sprendinys $x(t) = A \cos(\frac{t}{2} + \varphi)$.

IV skyrius

1. A. 56 sk. B. a) Taip; b) ne. C. a), c), d) Taip; b) ne. 2. A. 57 sk. B. 57 sk. C. $\sqrt{x^2-1} + C$. 3. A. 57 sk. B. a) $x^2 - 3x + 7$; b) $2 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x$. C. a) $\frac{x^4}{12} + x + 2$; b) $-\frac{2}{3}(x+1)^{3/2} - 2\frac{1}{3}$; c) $\frac{\sin x}{\sqrt{2}}$. 4. A. 58 sk. B. a) $x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + C$; b) $-\frac{1}{x} + \frac{4}{3}x\sqrt{x} + C$; c) $-\frac{1}{3}\cos 3x - 4\lg \frac{x}{2} + C$. 5. A. B. 59 sk. C. a) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; b) 3,75; c) 3; d) 4. 6. A. 60 sk. B. 60 sk.; a), b), c) Taip. C. a) 0; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; c) 6. 7. A. a) 4,5; b) $20\frac{5}{6}$; c) $\frac{5}{12}$.

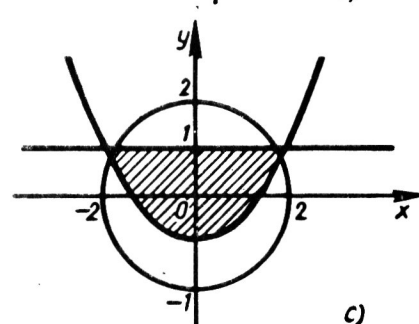
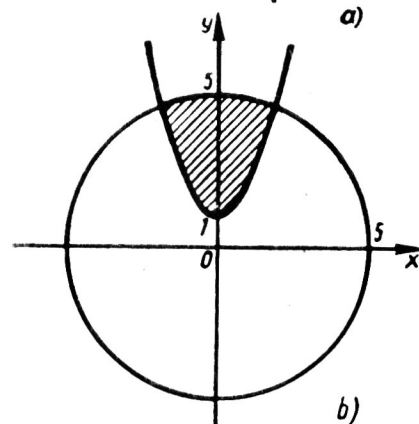
V skyrius

1. A. 68 sk. B. Su $a \geq 0$. C. 63 sk. 2. a) -3; b) $\frac{4}{15}$; c) 2; d) -2; 1; e) 1; f) 0; 3. 3. a)]-∞; -2[; b) [0; +∞[; c) [-1,5; +∞[d)]-∞; 1[∪]3; +∞[; e)]-1; 3[. 4. A. 61 sk. $0 < a < 1$; $a > 1$. B. 61 sk. 5. A. a) $a^{\log_a x} = x$, $x > 0$; b) $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$, $xy > 0$; c) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|$, $xy > 0$; d) $\log_a x^y = y \log_a x$, $x > 0$; jeigu y – sveikasis ir lyginis, tai $\log_a x^y = y \log_a |x|$, $x \neq 0$; e) $\frac{\lg x}{\lg a} = \log_a x$, $x > 0$; f) $\log_a a^x = x$, $x \in \mathbb{R}$; jeigu $0 < a < 1$ arba $a > 1$. B. a) -2; b) -6; c) -3,8867; d) 1,2770. 6. a) $\frac{1}{8}$; b) 31; c) $-\log_2 15 \approx -3,9069$; d) -3; 5; e) -2; 5; f) 0,0001; 100. 7. a)]0; 11 $\frac{1}{9}$ [; b)]-∞; $x_0]$, $x_0 = \log_2 7 \approx 1,7712$; c)]-3;



$-1[0; 2]; 4[; d)]4; +\infty[; e) [0; 0,1; 100\,000]$. 8. A. 65 sk. B. a) 1,6094; b) 4,1431; c) 2,1282; d) -1,2379. 9. A. a) $3e^x$; b) $-2e^{1-2x}$; c) $-\ln 5 \cdot 0,2$. B*. a) Mažėja intervale $]-\infty; -1]$; didėja intervale $[-1; +\infty[$; $x = -1$ – minimumo taškas; b) mažėja intervale $]-\infty; 0[$ ir $]0; 1]$; didėja intervale $[1; +\infty[$; $x = 1$ – minimumo taškas; c) mažėja intervale $]-\infty; 0]$ ir $[2; +\infty[$; didėja intervale $[0; 2]$; $x = 0$ – minimumo taškas; $x = 2$ – maksimumo taškas. 10. A. 67 sk. 11. A. a) $\frac{1}{x \ln 0,7}$; b) $\frac{1}{x-3}$; c) $\frac{2(x+1)+x \ln x}{2\sqrt{x+1}x}$; d) $\frac{x^2+1-2x(x+2) \ln(x+2)}{(x+2)(x^2+1)^2}$. B. a)

Mažėja intervale $]0; \frac{1}{e}]$; didėja intervale $[\frac{1}{e}; +\infty[$; $x = \frac{1}{e}$ – minimumo taškas; b) mažėja intervale $]0; 2]$; didėja intervale $[2; +\infty[$; $x = 2$ – minimumo taškas; c) mažėja intervale $]0; e]$; didėja intervale $[e; +\infty[$; $x = e$ – minimumo taškas. 12. A. – B. 68 sk.



45 pav.

VI skyrius

1. A. 72 sk. ir KM-8. B. Pavyzdžiui, a) $x^2 = -1$; $x^2 + y^2 = -1$; b) $x^2 = 0$; $x^2 + y^2 = 0$; c) $x = |x|$; $x - y = 1$. C. a) Be galo daug ($]0; +\infty[$); b) du. 2. A. B. 72 sk. ir KM-8. 3. A. 72 sk. B. Sistemos sprendinių aibė yra sistemą sudarančių lygčių sprendinių aibių pjūvis. 4. A. B. 72 sk. C. a) – b) Taip; c) ne. 5. A. 73 sk. B. a) (1; 2); b) (1,1; 0); c) $(1-t); (1+3t; 2t)$, $t \in \mathbb{R}$. 6. A. a) $(-4; -2)$; $(-2; -4)$; b) (1, 4); $(-1, -4)$; c) $(6; \frac{2}{3})$; d) $(\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{6} - \pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$. 7. A. 75 sk. B. Pavyzdžiui, a) $x^2 < 0$; $x^2 + y^2 < 0$; b) $x^2 \leq 0$; $x^2 + y^2 \leq 0$; c) $x < |x|$; $x - 2y > 0$. 8. A. 75 sk. B. Nelygybių sistemos sprendinių aibė yra sistemą sudarančių nelygybių sprendinių aibių pjūvis. C. Žr. 45 pav.

9. a) $\begin{cases} y \geq x^2, \\ y \leq 4; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq 3; \end{cases}$ c) $\begin{cases} |x| \leq 2, \\ |y| \leq 2; \end{cases}$ d) $\begin{cases} y \geq x^2 - 1, \\ y \leq x^2 + 1. \end{cases}$

10. a) (1; 1); pusplokštumės turi vieną bendrą tašką; b) lygiagrečias (jo viršūnės $M(5; 7)$; $M(5; 11)$; $M(-5; -9)$; $M(-5; 13)$; c) $\emptyset$; pusplokštumės nesusikerta.

Egzamino galimi variantai

1 var. 1. 2; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$. 2. $]\log_3 2; +\infty[$. 3. $\frac{2}{3}$. 4. Mažėja intervale $]0; \frac{1}{e}]$; didėja intervale $[\frac{1}{e}; +\infty[$; $x = \frac{1}{e}$ – minimumo taškas. 5. 4 cm; $21\frac{1}{3}$ cm³. 2 var. 1. $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. 2,25. 3. $]3; 5[$. 4. (2; 1). 5. $\frac{64}{75} \sqrt{3,2} \pi$ dm². 3 var. 1. 1,5. 2. $2 \cos \alpha$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. e ; $\frac{1}{\sqrt{e}}$. 4. Mažėja intervale $]-\infty; 0]$ ir $[2; +\infty[$; didėja intervale $[0; 2]$; $x = 0$ – minimumo taškas; $x = 2$ – maksimumo taškas. 5. $2 \times 2 \times 2$ (dm). 4 var. 1. $]-\infty; 0[\cup]6; 8]$. 2. $[\frac{\pi}{12} + \pi k; \frac{3\pi}{4} + \pi k]$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. $x^2 + 3 \ln x + C_1$, kai $x > 0$; $x^2 + 3 \ln(-x) + C_2$, kai $x < 0$. 4. 2. 5. 2 cm. 5 var. 1. $\pi + 2\pi k$; $-2x_0 + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $x_0 = \arctg 0,4 \approx 0,38$. 2. (1; -1); 2) 3. 4,5. 4. $]1,5; 4[$. 5. $5\sqrt{2}$ cm; $10\sqrt{2}$ cm. 6 var. 1. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 2. $]1; 1,5[$. 3. $y = -2x + 1$. 5. $85\frac{1}{3}$ cm³. 7 var. 1. 5. $\frac{1}{3}$. 2. Didėja intervale $]-\infty; 3[$. 3. $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 4. $]-\infty; 0,5[$. 5. 3 cm. 8 var. 1. $]0,2; +\infty[$. 2. $\tg 2x - 1$; 0. 3. 5. 4. $1\frac{2}{3}$. 5. 4 cm; 4 cm.

TURINYS

Pratarmė	3
Savarankiški darbai	5
Savarankiški kartojimo darbai	71
Tikrinamieji darbai	101
Kontroliniai darbai	108
Skyrių kartojimo klausimai	118
Vidurinio mokslo baigimo algebros ir analizės pradmenų egzaminų galimi variantai	125
Mokomosios medžiagos, atitinkančios savarankiškų ir kontrolinių darbų turinį, rodyklė	129
Atsakymai ir nurodymai	130

*Boriss Ivlevas, Samelas Saykianas, Boriss Sorokinas,
Semionas Švarcburdas*

ALGEBROS IR ANALIZĖS PRADMENŲ DIDAKTINĖ MEDŽIAGA XI–XII klasei

Redaktorė L. Rasimavičienė

Viršelis J. Andrėjaičio

Techn. redaktorė N. Balanoškienė

Men. redaktorė L. Prialgauskaitė

Korektorė M. Seškvienė

Министерство просвещения Литовской ССР

Борис Михайлович Ивлев, Самвел Манасович Саакян, Борис Валентинович Сорокин, Семен Исаакович Шварцбург

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО АЛГЕБРЕ

И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА

для XI–XII классов

На литовском языке

Литовская ССР, 233000, Каунас, пр. Ленина, 25, издательство
«Швиеса»

H/K

Duota rinkti 87.03.19. Pasirašyta spaudai 87.10.23. Formatas 60×90^{1/16}, popierius spaudos Nr. 2. Romaniška garnitūra, 10 punktų. Ofsetinė spauda, 10 sąl. sp. l., 10,2 sąl. spalv. atsp., 7,15 apsk. leid. l. Tiražas 30 000 egz. Užsakymo Nr. 668. Leid. Nr. 10893
Kaina 20 kp

Leidykla „Sviesa“, 233000 Kaunas, Lenino pr. 25

Rinko K. Poželos spaustuvė, 233000 Kaunas, Gedimino 10

Spaudė V. Kapsuko-Mickevičiaus spaustuvė, 233000 Kaunas,

Lenino pr. 23. Užsakymo Nr. 1871

A1-103 **Algebros** ir analizės pradmenų didaktinė medžiaga
XI—XII klasei: Knyga mokytojui /B. Ivlevas, S. Sa-
kianas, B. Sorokinas ir kt.— K.: Šviesa, 1987—158 p.,
ilustr.

Knyga parengta pagal A. Kolmogorovo ir kt. mokymo priemonę
IX—XI kl. „Algebra ir analizės pradmenys“ (1986 m.).

A 4306020000—196
M853(10)—88 Užsak.—87

BBK 22.14z72

5 12(075)